TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Petteri Kauppila

LASKENTAMENETELMÄN KEHITTÄMINEN TULISTINKAMMIOIDEN VIRUMISEN JA VÄSYMISEN ANALYSOINTIIN

Diplomityö

Tarkastaja: professori Reijo Kouhia
Tarkastaja ja aihe hyväksytty Teknisten tieteiden tiedekuntaneuvoston kokouksessa 9. maaliskuuta 2016

TIIVISTELMÄ

PETTERI KAUPPILA: Laskentamenetelmän kehittäminen tulistinkammioiden virumisen ja väsymisen analysointiin
Tampereen teknillinen yliopisto
Diplomityö, 124 sivua, 28 liitesivua
Syyskuu 2016
Konetekniikan diplomi-insinöörin tutkinto-ohjelma
Pääaine: Koneiden ja rakenteiden analysointi
Tarkastaja: professori Reijo Kouhia

Avainsanat: viruminen, väsyminen, virumisväsyminen, tulistin

Sähköä tuottavien voimalaitosten painerungon osat ja erityisesti voimalaitosten tulistimet altistuvat käyttöikänsä aikana virumiselle, väsymiselle ja niiden yhteisvaikutukselle, minkä huomioiminen rakenneosien suunnittelussa on tärkeää osien käytönaikaisten vaurioiden välttämiseksi. Tässä diplomityössä ja siihen liittyneessä tutkimusprojektissa on kehitetty viskoplastinen Nortonin virumismalliin ja Kachanov-Rabotnov-vauriomalliin perustuva kontinuumielementeille soveltuva materiaalimalli voimalaitosten tulistinkammioiden virumisen ja korkean lämpötilan väsymisen analysointiin. Materiaalimalli on ohjelmoitu Ansys 16.1 -elementtimenetelmäohjelmistoon soveltuvana Usermat-materiaalimallina ja materiaalimallista on kehitetty kaksi versiota, joista toisessa virumisen yhteydessä yleisesti tunnetun Monkman-Grant-hypoteesin tarkka toteutuminen on rajoiteyhtälöin vaadittu, kun taas toisessa versiossa Monkman-Grant-hypoteesin tarkkaa toteutumista ei ole edellytetty.

Kehitetty viskoplastinen materiaalimalli on implementoitu Ansys-elementtimenetelmäohjelmistoon ja validoitu yksinkertaisissa jännitystiloissa vertaamalla materiaalimallin tuottamia tuloksia kirjallisuudessa esitettyjen virumisväsymisen analysointiin soveltuvien menetelmien tuottamiin tuloksiin. Työssä on tutkittu painelaiteterästen SA-213 T24 ja SA-335 P91 virumista ja väsymistä lämpötila-alueella 500–600 °C, ja materiaalimallin parametrit on määritetty näille teräksille tutkittavissa lämpötiloissa materiaalivalmistajien ilmoittamien virumiskokeiden tulosten perusteella. Lisäksi materiaalimallilla on tehty työssä virumisväsymisanalyyseja todellisesta tulistinkammiosta tutkimalla tulistinkammion geometrian muutosten vaikutusta tulistinkammiossa sen käyttöiän lopussa esiintyviin virumisvenymiin ja vaurioitumisasteeseen.

Kehitetyn materiaalimallin validointianalyyseissa on havaittu materiaalimallin kummankin version tuottavan hyvin tarkasti materiaalivalmistajien ilmoittamia virumiskokeiden tuloksia ja kirjallisuudessa esitettyjä virumisväsymisen analysointiin soveltuvia menetelmiä vastaavia tuloksia. Materiaalimallin versioista kummankin on havaittu toteuttavan Monkman-Grant-hypoteesi suhteellisen tarkasti, mutta materiaalimallin versio, jossa Monkman-Grant-hypoteesin toteutumista ei ole sisäänrakennettu, on havaittu tarkemmaksi erityisesti matalahkoissa virumislämpötiloissa esiintyvillä suurilla väsyttävän kuormituksen venymäamplitudeilla. Tulistinkammion virumisväsymisanalyyseissa tutkittavan tulistinkammion aisaputkien pienilläkin joustavuuden muutoksilla on havaittu olevan merkittävä vaikutus tulistinkammiossa sen käyttöiän lopussa esiintyviin virumisvenymiin ja vaurioitumisasteeseen.

ABSTRACT

PETTERI KAUPPILA: Development of a calculation method for creep and fatigue analysis of superheater headers
Tampere University of Technology
Master of Science Thesis, 124 pages, 28 appendix pages
September 2016
Master's Degree Programme in Mechanical Engineering
Major: Analysis of Machines and Structures
Examiner: Professor Reijo Kouhia

Keywords: creep, fatigue, creep-fatigue, superheater

The pressure parts and especially the superheaters of electricity-generating power plants are exposed to creep, fatigue and the combined effect of creep and fatigue during their useful life, which is important to consider in component design in order to avoid in-use damages of the components. In this thesis and in a research project linked to it, a viscoplastic material model based on Norton creep model and Kachanov-Rabotnov damage model has been developed. The material model has been used in solid elements to analyze creep and high temperature fatigue of superheater headers, and the material model has been programmed as a Usermat material model for Ansys 16.1 finite element analysis software. In the research project, two versions of the material model have been developed, and one version has been formulated to fulfill the Monkman-Grant relationship by constraint equations and in another version the fulfillment of the Monkman-Grant relationship is not required precisely.

The developed viscoplastic material model has been implemented in Ansys finite element analysis software and validated in simple states of stress by comparing the results produced by the model with the results produced by the analysis methods suitable for creep-fatigue analysis and presented in the literature. In this thesis, creep and fatigue of pressure part steel grades SA-213 T24 and SA-335 P91 has been researched within a temperature range of 500–600 °C, and the parameters of the material model have been determined for these steels within the temperature range by utilizing the results of the creep tests performed by material manufacturers. In addition, creep-fatigue analyses of a superheater header have been made in this thesis by analyzing the impact of geometry changes of the header on the creep strains and the creep-fatigue damage of the header at the end of its useful life.

In the validation analyses of the developed material model, the both versions of the model produced very precisely equal results compared to the results of the creep tests performed by material manufacturers and the results produced by the creep-fatigue analysis methods presented in the literature. The both versions of the material model have fulfilled the Monkman-Grant relationship relatively accurately in the analyses, but the version of the material model, in which the Monkman-Grant relationship is not formulated by constraint equations, has been noticed to be more accurate especially in relatively low creep temperatures with large strain amplitudes of fatigue loading. In the creep-fatigue analyses of the superheater header, even small changes in the flexibility of the nozzle tubes of the header have been noticed to have a significant impact on the creep strains and the damage of the superheater header at the end of its useful life.

ALKUSANAT

Tämä diplomityö on tehty Valmet Technologies Oy:n aiheesta innovaatiorahoituskeskus Tekesin tukemassa FLEXe-tutkimusohjelmassa. FLEXe-tutkimusohjelman tavoitteena on luoda uusia teknologisia ja liiketoiminnallisia ratkaisuja edistämään siirtymistä nykyisistä energiantuotantojärjestelmistä kohti ympäristöä säästäviä energiantuotantoratkaisuja. FLEXe-yhteenliittymä koostuu 17 teollisesta yhteistyökumppanista ja 10 tutkimusorganisaatiosta ja FLEXe-tutkimusohjelma on CLIC Innovation Oy:n koordinoima hanke. Diplomityössä on esitelty väsymiselle ja virumiselle altistuvan voimalaitoskattilan tulistinkammion kestoiän analysointiin soveltuvia kirjallisuudessa esitettyjä menetelmiä ja diplomityön yhteydessä toteutetussa tutkimusprojektissa on Tampereen teknillisen yliopiston toimesta kehitetty viskoplastinen väsymisen ja virumisen analysointiin soveltuva materiaalimalli. Kehitetty materiaalimalli on diplomityössä verifioitu, otettu käyttöön Ansys-elementtimenetelmäohjelmistossa ja sillä on laskettu esimerkkituloksia todellisen tulistinkammion tapauksessa. Kokonaisuudessaan diplomityö tarjosi erittäin mielenkiintoisen mahdollisuuden tutustua teknisesti edistyksellisen yhdistetyn virumis- ja väsymiskuormituksen huomioivan laskentamenetelmän kehittämiseen.

Haluan kiittää diplomityöni tarkastajaa professori Reijo Kouhiaa ohjauksesta ja neuvoista, joita diplomityötäni tehdessäni sain. Lisäksi haluan kiittää sekä professori Reijo Kouhiaa että tutkijatohtori Timo Saksalaa työpanoksesta ja yhteistyöstä viskoplastista materiaalimallia kehitettäessä. Valmet Technologiesilta haluan kiittää DI Timo Sorjosta ja DI Juha Ojanperää sekä mahdollisuudesta tehdä diplomityöni erittäin mielenkiintoisesta ja haastavasta aiheesta että diplomityötäni tehdessäni saamastani tuesta ja avusta. Haluan myös kiittää Valmet Technologiesilta DI Jukka Ylitaloa ja DI Timo Sorjosta sekä mahdollisuudesta työskennellä Valmetilla että kaikesta tuesta työurani alkutaipaleella.

Tampereella 15.7.2016

Petteri Kauppila

SISÄLLYSLUETTELO

LYHENTEET JA MERKINNÄT

a_{GF}	Garofalon virumisyhtälön kerroin
a_N	Nortonin virumisyhtälön kerroin
a_r	termin *p* lämpötilariippuvuutta kuvaava kerroin
A_{GF}	Garofalon virumisyhtälön kerroin
A_N	Nortonin virumisyhtälön kerroin
b	väsymislujuuseksponentti
$\boldsymbol{b}$	massaa kohti kohdistuvan voiman esittävä vektori
b_r	termin *r* lämpötilariippuvuutta kuvaava kerroin
b_γ	väsymislujuuseksponentti puhtaassa leikkauskuormituksessa
B	tilavuuskimmokerroin
c	väsymissitkeyseksponentti
c_γ	väsymissitkeyseksponentti puhtaassa leikkauskuormituksessa
c_ε	ominaislämpökapasiteetti
$\boldsymbol{C}_{alg}$	algebrallisen systeemin jakobin matriisi
$\boldsymbol{C}_e$	kimmotensori
C_{LM}	Larson-Miller-yhtälön parametri
C_{MG}	Monkman-Grant-parametri
d	Cocksin ja Ashbyn virumisnopeuslausekkeen jännityseksponentti
D	vaurio
D_c	virumisesta aiheutuva vaurio
D_f	väsymisestä aiheutuva vaurio
e	ominaissisäenergia
E	kimmokerroin
E_E	sisäenergia
$\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}$	jännitystensorin muutosnopeutta kuvaava funktio
f_ω	eheyden muutosnopeutta kuvaava funktio
G	liukumoduuli
h	Helmholtzin ominaisvapaaenergian sisäisten muuttujien määrittelemän osan lämpötilasta riippuva parametri
h_c	aktivaatiofunktio virumiselle
h_d	aktivaatiofunktio vaurionkasvulle
$\boldsymbol{h}_{12}$	linearisoidun matriisiyhtälön termi
$\boldsymbol{h}_{21}$	linearisoidun matriisiyhtälön termi
$\boldsymbol{H}_{11}$	linearisoidun matriisiyhtälön termi
H_{22}	linearisoidun matriisiyhtälön termi
$\widetilde{\boldsymbol{H}}_{11}^{-1}$	jakobin matriisin määrittely-yhtälön matriisi
$\boldsymbol{I}$	identiteettimatriisi
k	virumiskokeiden tuloksista määritettävä parametri
k_{MG}	Monkman-Grant-hypoteesin eksponentti
K	termodynaaminen voima
K_E	kineettinen energia
K_∞	Helmholtzin ominaisvapaaenergian sisäisten muuttujien määrittelemän osan lämpötilasta riippuva parametri
n	kuormitussyklien lukumäärä väsyttävässä kuormituksessa
$\boldsymbol{n}$	systeemin rajapinnan ulospäin osoittava yksikkönormaalivektori
n_{GF}	Garofalon virumisyhtälön jännityseksponentti

n_m	väsyttävän kuormituksen keskijännityksen huomioivan lausekkeen eksponentti
n_N	Nortonin virumisyhtälön jännityseksponentti
N_f	väsymiskestoikä kuormitussykleinä
p	virumiskokeiden tuloksista määritettävä parametri
p_r	parametrin *p* referenssiarvo
P_{heat}	lämpöteho
P_{LM}	Larson-Miller-parametri
P_{mech}	mekaaninen teho
$\boldsymbol{q}$	lämpövuovektori
q_c	skaalattu virumisen aktivaatioenergia
q_d	skaalattu vaurionkasvun aktivaatioenergia
Q_c	virumisen aktivaatioenergia
Q_d	vaurionkasvun aktivaatioenergia
r	virumiskokeiden tuloksista määritettävä parametri
r_r	parametrin *r* referenssiarvo
r_T	lämmöntuottonopeus massaa kohti
R	jännityssuhde
R_g	yleinen kaasuvakio
R_v	kolmiaksiaalisuusfunktio
s	ominaisentropia
S	entropia
S_t	systeemin rajapinta
t	aika
$\boldsymbol{t}$	traktiovektori
t_c	virumismuodonmuutoksen karakteristinen aika
t_d	vaurionkasvun karakteristinen aika
t_{rel}	relaksaatioaika
t_{rup}	virumismurtoaika
T	lämpötila
T_r	referenssilämpötila
$\boldsymbol{u}$	paikkavektori
V	tilavuus
Y	termodynaaminen voima
Y_r	termodynaamisen voiman referenssiarvo
Z	sitkeys
Z_{tr}	moniakselisen väsymisen analysoinnissa käytettävä parametri
α	pituuden lämpölaajenemiskerroin
$\boldsymbol{\alpha}$	lämpölaajenemistensori
γ	dissipaatioteho
$\gamma_{a,max}$	suurin liukuma-amplitudi
γ_f'	väsymissitkeyskerroin puhtaassa leikkauskuormituksessa
ε	yksiakselinen kokonaisvenymä
$\boldsymbol{\varepsilon}$	venymätensori
ε_a	yksiakselinen venymäamplitudi
$\varepsilon_{a,e}$	yksiakselinen kimmoinen venymäamplitudi
$\varepsilon_{a,e,m}$	keskijännityksen vaikutuksesta redusoitu yksiakselinen kimmoinen venymäamplitudi

$\varepsilon_{a,m}$	keskijännityksen vaikutuksesta redusoitu yksiakselinen venymäamplitudi
$\varepsilon_{a,p}$	yksiakselinen plastinen venymäamplitudi
$\varepsilon_{a,R=-1}$	yksiakselinen venymäamplitudi täysin vaihtuvassa väsyttävässä kuormituksessa
ε_c	yksiakselinen virumisvenymä
$\boldsymbol{\varepsilon}_c$	virumisvenymätensori
ε_e	yksiakselinen kimmoinen venymä
$\boldsymbol{\varepsilon}_e$	kimmoinen venymätensori
ε_{max}	suurin yksiakselinen venymä
ε_{min}	pienin yksiakselinen venymä
ε_{rup}	yksiakselinen virumismurtovenymä
$\boldsymbol{\varepsilon}_{te}$	termoelastinen venymätensori
ε_{th}	yksiakselinen lämpövenymä
$\boldsymbol{\varepsilon}_{th}$	lämpövenymätensori
$\varepsilon_{1,a}$	suurimman päävenymän amplitudi
$\dot{\varepsilon}_{c,min}$	yksiakselinen vähimmäisvirumisnopeus
$\bar{\varepsilon}_a$	ekvivalentti von Mises -venymäamplitudi
$\bar{\varepsilon}_c$	ekvivalentti von Mises -virumisvenymä
$\bar{\varepsilon}_{rup}$	ekvivalentti von Mises -virumismurtovenymä
ε_f'	väsymissitkeyskerroin
κ	sisäinen muuttuja
κ_{FS}	Fatemin ja Socien väsymismallin kerroin
λ	lämmönjohtavuus
$\boldsymbol{\lambda}$	lämmönjohtavuustensori
Λ	sitkeysparametri
μ	Lamén parametri
ν	Poissonin luku kimmoisessa muodonmuutoksessa
ν_p	Poissonin luku plastisessa muodonmuutoksessa
ρ	tiheys
σ	yksiakselinen jännitys
$\boldsymbol{\sigma}$	jännitystensori
σ_a	yksiakselinen jännitysamplitudi
$\sigma_{a,m}$	keskijännityksen vaikutuksesta redusoitu yksiakselinen jännitysamplitudi
$\sigma_{a,R=-1}$	yksiakselinen jännitysamplitudi täysin vaihtuvassa väsyttävässä kuormituksessa
σ_h	hydrostaattinen jännitys
σ_m	yksiakselinen keskijännitys
σ_{max}	suurin yksiakselinen jännitys
σ_{min}	pienin yksiakselinen jännitys
$\sigma_{n,max}$	kriittisen tason normaalin suunnassa esiintyvä maksimijännitys
σ_r	referenssijännitys
σ_u	murtojännitys
σ_y	myötöjännitys
σ_{y0}	lujittumaton myötöjännitys
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	pääjännitykset
$\bar{\sigma}$	tehollinen von Mises -jännitys

σ_f'	väsymislujuuskerroin
τ_f'	väsymislujuuskerroin puhtaassa leikkauskuormituksessa
φ	dissipaatiopotentiaali
φ_c	dissipaatiopotentiaalin viskoplastisen muodonmuutoksen huomioiva osa
φ_d	dissipaatiopotentiaalin vaurioitumisen huomioiva osa
φ_{th}	dissipaatiopotentiaalin terminen osa
ψ	Helmholtzin ominaisvapaaenergia
ψ_p	Helmholtzin ominaisvapaaenergian lausekkeen sisäisten muuttujien määrittelemä osa
ω	eheys
Δt	aika-askeleen pituus
$\Delta\varepsilon$	yksiakselinen venymävaihteluväli
$\Delta\sigma$	yksiakselinen jännitysvaihteluväli
$\Delta\boldsymbol{\sigma}$	jännitystensorin inkrementaalinen muutos
$\Delta\omega$	eheyden inkrementaalinen muutos
$\delta\boldsymbol{\sigma}$	jännitystensorin iteratiivinen muutos
$\delta\omega$	eheyden iteratiivinen muutos
$\mathbf{1}_2$	toisen kertaluvun yksikkötensori
$\mathbf{1}_4$	neljännen kertaluvun yksikkötensori
$\%RA$	murtokurouma prosentteina

FEM	engl. finite element method, elementtimenetelmä
Usermat	käyttäjän ohjelmoima materiaalimalli Ansys-elementtimenetelmä-ohjelmistossa

1 JOHDANTO

Sähköä ja lämpöä tuottavien lauhdevoimalaitoskattiloiden painerungon osat altistuvat käyttöikänsä aikana lukuisten kylmäkäynnistysten, korkeiden käytönaikaisten lämpötilojen ja höyrynpaineiden sekä toisiinsa liitettyjen osien erisuuruisten lämpötilojen aiheuttamien lämpöjännitysten vuoksi yhdistetylle virumis- ja väsymiskuormitukselle, joka erityisesti voimalaitoksen kuumimmissa tulistinkammioissa voi aiheuttaa vaurioita voimalaitoksen käyttöiän aikana. Voimalaitosten tehojen ja kokojen jatkuvasti kasvaessa vaaditaan niiden suunnittelussa aiempaa tarkempaa tietoa erityisesti tulistinkammioiden virumisväsymisen syistä ja mekanismeista. Lisäksi tulistinkammioiden virumisväsymismitoitukseen tarvitaan entistä tarkempia laskentamenetelmiä, joiden perusteella voidaan määritellä entistä parempia tulistinkammioiden suunnitteluperiaatteita.

Lauhdevoimalaitoskattilan tulistimien virumisväsymisen analysointimenetelmien kehittämiseksi diplomityössä ja siihen liittyneessä tutkimusprojektissa on ollut tavoitteena selvittää korkeiden lämpötilojen väsymiseen ja virumiseen liittyviä erityispiirteitä ja kirjallisuudessa yleisesti tunnettuja virumisväsymisen analysointiin soveltuvia menetelmiä. Tutkimusprojektin ja diplomityön merkittävimpänä tavoitteena on ollut kehittää Tampereen teknillisen yliopiston toimesta viskoplastinen korkean lämpötilan väsymisen ja virumisen analysointiin soveltuva materiaalimalli, joka on diplomityössä implementoitu Ansys 16.1 -elementtimenetelmäohjelmistoon ja verifioitu vertaamalla sen tuottamia tuloksia kirjallisuudessa yleisesti käytössä olevien virumisväsymisen laskentamenetelmien tuottamiin tuloksiin. Lisäksi diplomityön tavoitteena on ollut tehdä materiaalimallia hyödyntäen esimerkinomaisia virumisväsymisanalyyseja todellisesta tulistinkammiosta ja analysoida tulistinkammion geometrian muutosten vaikutuksia käyttöiän lopussa siinä esiintyviin suurimpiin ekvivalentteihin plastisiin venymiin ja virumisväsymisvaurioon.

Diplomityössä ja siihen liittyneessä tutkimusprojektissa kehitetty viskoplastinen materiaalimalli perustuu Nortonin virumismalliin (Altenbach & Naumenko 2007, s. 45) ja Kachanov-Rabotnov-vauriomalliin (Lemaitre 1996, s. 11–13). Materiaalimallin tuottamia materiaalin vaurioitumisasteen arvoja on verrattu kirjallisuudessa yleisesti virumisväsymisen analysoinnissa käytettävään Tairan malliin, joka määrittelee virumisväsymisessä syntyvän vaurion väsymisen ja virumisen aiheuttamien vaurioiden summana (Bertini & Manfredi 1995, s. 3). Lisäksi materiaalimallin moniakselisissa jännitystiloissa tuottamia tuloksia on verrattu kirjallisuudessa esitettyihin moniakselista virumista ja väsymistä kuvaaviin malleihin. Materiaalimallista on kehitetty kaksi eri versiota, joista toisessa rajoiteyhtälöin vaaditaan virumisen yhteydessä yleisesti tunnetun Monkman-Grant-hypoteesin (François et al. 2013, s. 429) toteutuminen ja toisessa sen toteutumista ei rajoiteyhtälöin edellytetä, ja työssä tutkitaan materiaalimallin versioiden tuottamien tulosten keskinäisiä eroja. Kehitettävän materiaalimallin parametrit on määritetty tässä työssä tutkittavien tulistimissa yleisesti käytettävien painelaiteterästen SA-213 T24 ja SA-335 P91 virumiskokeiden tulosten perusteella.

Työn teoriaosassa luvussa kaksi esitellään aluksi tutkittavan lauhdevoimalaitoksen kattilatyypin, kerrosleijukattilan, yleinen toimintaperiaate sekä diplomityössä erityisesti tarkasteltavan tulistimen tarkoitus, toimintaperiaate ja rakenne. Teoriaosan luvussa kolme esitellään työhön liittyvä kirjallisuudessa yleisesti käytössä oleva väsymisteoria ja väsymisen laskentamenetelmät yksiakselisen korkea- ja matalasyklisen väsyttävän kuormituksen ja moniakselisessa jännitystilassa esiintyvän väsyttävän kuormituksen tapauksessa. Lisäksi luvussa esitetään kirjallisuudessa yleisesti käytössä oleva virumis- ja relaksaatioteoria ja virumisen laskentamenetelmät sekä moniakselisessa jännitystilassa ja hitsausliitoksissa esiintyvään virumiseen liittyvät erityispiirteet. Luvussa esitetään myös yleinen Tairan sääntöön perustuva laskentamenetelmä virumisen ja väsymisen yhteisvaikutuksena syntyvän materiaalivaurion määrittämiseen. Teoriaosan luvussa neljä esitetään diplomityössä ja siihen liittyneessä tutkimusprojektissa kehitetyn materiaalimallin teoria ja johdetaan materiaalimallin konstitutiiviset yhtälöt.

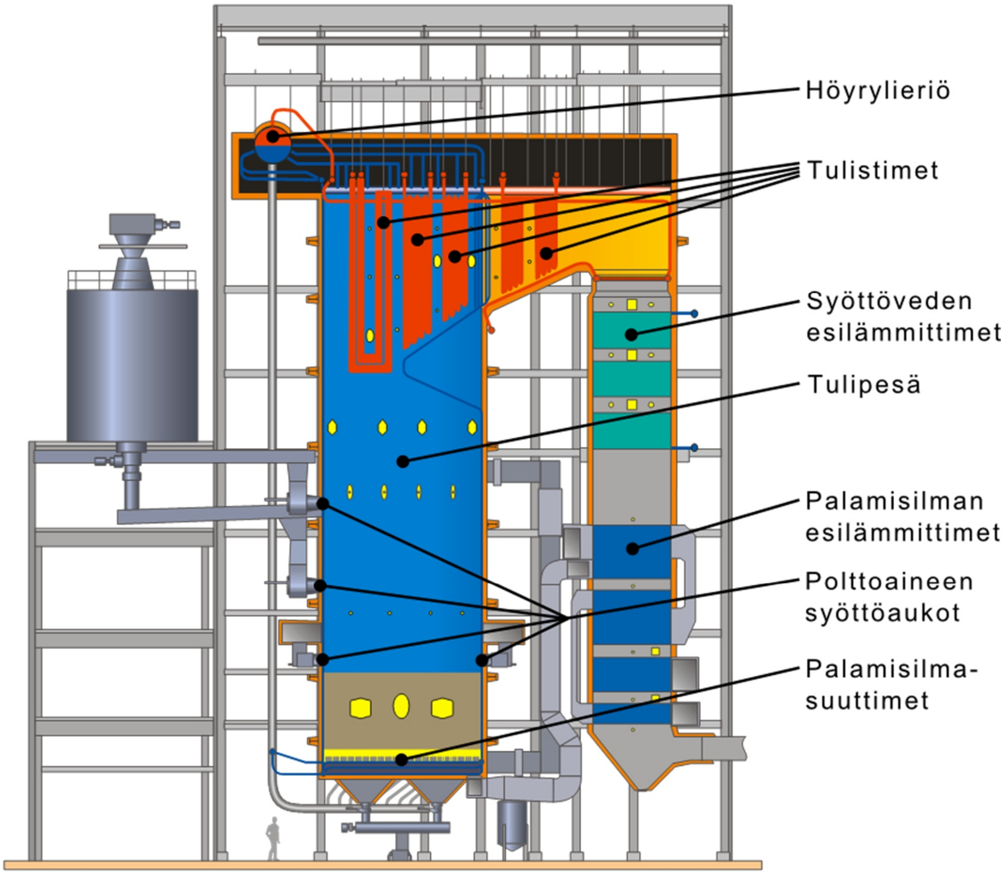
Diplomityön tutkimusosassa kehitetty materiaalimalli otetaan käyttöön ja sillä lasketaan tuloksia sen verifioimiseksi ja toimivuuden validoimiseksi. Luvussa viisi esitetään materiaalimallin versioiden parametrien määritysperiaate tutkittavien terästen tapauksessa. Lisäksi luvussa tarkastellaan materiaalimallin kummankin version tuottamien analyyttisesti yksiakselisessa jännitystilassa ratkaistavissa olevien virumistulosten tarkkuutta materiaalivalmistajien ilmoittamiin virumiskokeiden tuloksiin verrattuna. Luvussa myös tarkastellaan kehitetyn materiaalimallin versioiden elementtimenetelmäformulaatioiden tuottamia tuloksia eri jännitystiloissa ja erilaisilla virumisväsymiskuormituksilla ja verrataan tuloksia kirjallisuudessa esitettyjen menetelmien tuottamiin tuloksiin. Luvuissa kuusi ja seitsemän kehitetyillä materiaalimallin versioilla tehdään esimerkinomaisia analyyseja tarkasteltavasta tulistinkammiorakenteesta ja vertaillaan sekä materiaalimallin versioiden tuottamia tuloksia että tulistinkammion geometrian muutosten vaikutuksia tulistinkammion plastisiin muodonmuutoksiin ja vaurioitumisasteeseen sen käyttöiän aikana. Työhön liittyvät loppupäätelmät esitetään luvussa kahdeksan, jossa arvioidaan työn tärkeimpänä saavutuksena olleen kehitetyn materiaalimallin versioiden soveltuvuutta esimerkkinä käytetyn tulistinkammion virumisväsymisen analysointiin ja esitetään jatkokehitystoimenpiteet, joilla materiaalimallin tarkkuutta ja laskennallista tehokkuutta voisi parantaa.

2 VOIMALAITOSKATTILA JA TULISTIMET

Suuret biopolttoaineita polttavat lauhdevoimalaitoskattilat jaetaan rakenteeltaan kerrosleiju- ja kiertoleijukattiloihin, jotka eroavat toisistaan konstruktion, polttoprosessin ja käytettävien polttoaineiden osalta (Kitto & Stultz 2005, s. 17-1). Tässä luvussa esitellään yleisesti diplomityössä tutkittavan kerrosleijukattilan rakenne ja toimintaperiaate sekä konkreettisen väsymis- ja virumistarkastelun kohteena olevan tulistimen rakenne ja tulistimien tarkoitus sekä toimintaperiaate lauhdevoimalaitoksessa.

2.1 Kerrosleijukattila

Tässä diplomityössä tarkasteltavan tyypillisen kerrosleijukattilan sivukuvanto on esitetty kuvassa 2.1. Kerrosleijukattilassa tulipesän pohjassa olevista ilmasuuttimista puhalletaan tulipesään palamisilmaa tulipesän pohjalla olevan hienojakoisen hiekkakerroksen läpi. Voimakas ilmavirtaus nostaa tulipesän pohjalla olevaa hiekkaa ylöspäin muodostaen hiekasta noin metrin korkuisen leijupedin, joka toimii polttotapahtumassa lämpöä varastoivana polttoalustana. Polttoaine syötetään tulipesään leijupedin yläpuolella olevista polttoaineensyöttöaukoista, ja hienojakoisimmat polttoainepartikkelit palavat ilmassa leijukerroksen yläpuolella heti tulipesään saavuttuaan kun taas suurikokoisimmat ja mahdollisesti kosteat polttoainepartikkelit palavat vasta leijukerroksen sisällä. (Kitto & Stultz 2005, s. 17-2–17-6) Palamisessa syntyvät savukaasut nousevat tulipesässä sen yläosaan ja kulkevat sieltä kattilan tulistimien läpi kattilan toisen vedon savukaasukanavaan luovuttaen tulistimien läpi kulkiessaan lämpöä kattilan tuottamaan höyryyn ja nostaen tulistetun höyryn lämpötilaa (Kitto & Stultz 2005, s. 17-2–17-6, 19-9). Toisessa vedossa savukaasut kulkevat tulistimien jälkeen läpi kattilan syöttöveden ja palamisilman esilämmittimien, joilla otetaan talteen savukaasuissa tulistimien jälkeen jäljellä olevaa lämpöenergiaa siirtäen lämpöenergiaa kattilaan syötettävään viileään syöttöveteen ja palamisilmaan (Kitto & Stultz 2005, s. 20-1, 20-7). Syöttöveden ja palamisilman esilämmittimien jälkeen savukaasut kulkevat savukaasunkäsittelyjärjestelmien kautta savupiippuun (Kitto & Stultz 2005, s. 34-1–34-14).



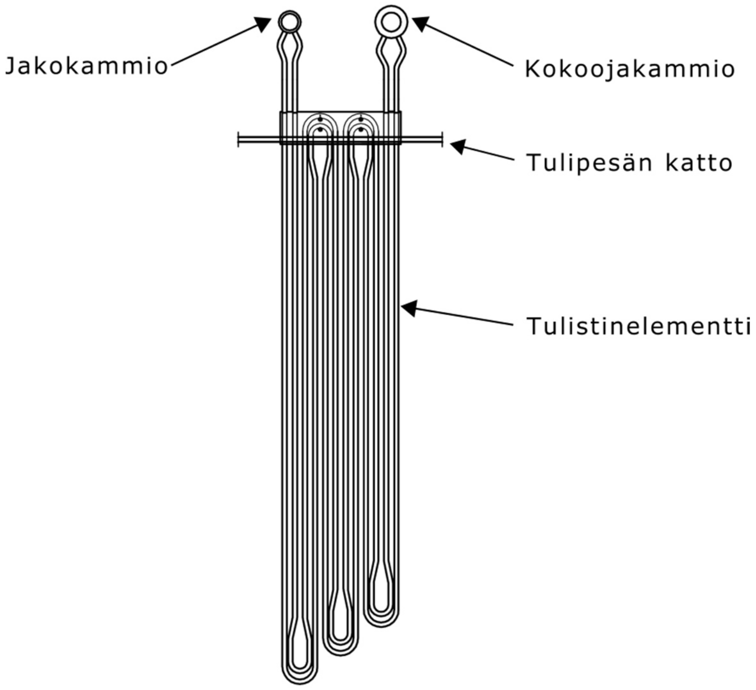
Kuva 2.1. *Kerrosleijukattilan sivukuvanto ja painerungon oleellisimmat komponentit (mukaillen Valmet Technologies Oy 2015, s. 15).*

Höyryntuotannon näkökulmasta tarkasteltava kerrosleijukattila on luonnonkiertoinen höyrykattila, joka toimii alikriittisellä veden lämpötila- ja painealueella. Luonnonkiertoisten kattiloiden lisäksi voimalaitoksissa käytetään myös pakkokiertokattiloita, jotka toimivat ylikriittisellä painealueella veden kriittistä pistettä korkeammassa yli 22,1 MPa:n paineessa ja yli 374 °C:een lämpötilassa (Kitto & Stultz 2005, s. 1-2–1-4, 3-1), mutta niiden toimintaperiaatetta ei tässä diplomityössä tarkastella tarkemmin. Luonnonkiertoisen kattilan höyrylieriö jakaa kattilan kahteen osaan, vesi- ja höyryalueeseen, erottaen kylläisen höyryn vedestä (Kitto & Stultz 2005, s. 26-13). Luonnonkiertoisen kattilan prosessikierto alkaa kattilan syöttövesipumpulta, joka tuottaa kattilaan halutun painetason ja pumppaa höyryturbiinin jälkeisiltä lauhduttimilta tulevaa lauhdevettä uudelleen syöttöveden esilämmittimien kautta höyrylieriölle (Kitto & Stultz 2005, s. 19-20, 26-13). Höyrylieriöltä vesi laskeutuu jatkuvana virtana laskuputkia pitkin tulipesän alaosaan, josta vesi kulkeutuu tulipesän membraaniseinien putkiin. Tulipesässä tapahtuvasta palamisesta syntyvä lämpö höyrystää tulipesän seinien putkissa olevaa vettä kylläiseksi höyryksi, ja höyrykuplat sekä kuumentunut matalatiheyksinen vesi nousevat tulipesän seiniä pitkin ylöspäin kulkeutuen takaisin höyrylieriölle, jonka höyrynerottimet erottavat veden ja höyryn toisistaan. (Kitto & Stultz 2005, s. 26-13) Höyrylieriön yläosasta lähtevät kylläisen höyryn putket puolestaan siirtävät tulipesässä tuotetun kylläisen höyryn tulistavaan kattilan toiseen vetoon, jossa höyryä tulistetaan nostaen sen lämpötilaa kylläisen höyryn lämpötilaa korkeammaksi höyryn entalpian ja siten kattilan tehon ja myös hyötysuhteen kasvattamiseksi (Kitto & Stultz 2005, s. 19-4, 19-5, 26-13, 26-14). Tulistavasta toisesta vedosta höyry ohjataan yhdysputkilla edelleen varsinaisille tulistimille, joita on usein 2–3 kappaletta ja joilla höyryä tulistetaan haluttuun turbiinille syötettävän päähöyryn lämpötilaan. Tulistuskierrossa viimeisenä olevasta kuumimmasta tulistinvaiheesta poistuva päähöyry ohjataan höyryturbiinille, joka pyörittää sähkötehoa tuottavaa generaattoria (Kitto & Stultz 2005, s. 26-13–26-14). Höyryturbiinin jälkeen energiaa höyryturbiinille luovuttanut matalapaineinen ja jäähtynyt höyry lauhdutetaan jälleen vedeksi, joka syötetään syöttövesipumpun avulla syöttöveden esilämmittimien kautta takaisin höyrylieriölle, jolloin kattilan vesikierrossa olevaa vettä ei häviä käytön aikana (Kitto & Stultz 2005, s. 19-20). Höyryä lauhdutettaessa lauhduttimesta saatavaa lämpöenergiaa voidaan käyttää myös hyödyksi muun muassa kiinteistöjen kaukolämmityksessä, jolloin tämän tyyppisessä yhdistetyssä sähkön- ja lämmöntuotantolaitoksessa höyryn lauhduttamisessa syntyvän hyödyttömän häviölämmön määrä saadaan pidettyä suhteellisen matalana, mikäli kaukolämpöverkon lämmitystehontarve on riittävän suuri.

2.2 Tulistin

Lauhdevoimalaitoksissa tulistimia käytetään sähköä tuottavaa generaattoria pyörittävälle turbiinille syötettävän höyryn lämpötilan nostamiseen kylläisen höyryn lämpötilaa korkeammaksi. Tulistimia on höyrykattilassa yleensä 2–3 kappaletta ja tulistimet nimetään primääri-, sekundääri- ja tertiääritulistimiksi sen perusteella, monentenako tulistimena ne ovat kattilassa lieriön jälkeen höyryn virtaussuunnassa. Tulistinkierrossa viimeisenä olevasta tulistimesta, jossa virtaavan höyryn lämpötila on korkein, johdetaan höyry turbiinille. Tulistimilla aikaansaatu höyryn lämpötilan nosto parantaa huomattavasti Rankine-prosessiin perustuvan voimalaitoksen termistä hyötysuhdetta. (Kitto & Stultz 2005, s. 19-9, 19-20) Esimerkiksi tavanomaisella luonnonkiertoisen kerrosleijukattilan painetasolla 14,0 MPa kylläisen höyryn lämpötila on 337 °C (Wagner & Kretzschmar 2008, s. 188), mutta tulistamalla turbiinille menevän päähöyryn lämpötila saadaan nostettua yli 500 °C:een, mikä kasvattaa merkittävästi höyryn entalpiaa ja siten kattilan sähkötehoa sekä hyötysuhdetta.

Tässä diplomityössä tarkasteltava tyypillinen kerrosleijukattilan riipputulistin koostuu kuvan 2.2 mukaisesti tulipesän ja savukaasukanavan ulkopuolella olevista jako- ja kokoojakammiosta sekä niiden välissä tulipesän tai savukaasukanavan sisällä olevista lämpöä savukaasuista ja mahdollisesti myös tulipesän polttotapahtuman lämpösäteilystä höyryyn siirtävistä tulistinelementeistä. Tavanomaisen tulistinkammion ja siihen liittyvien aisaputkien rakenne on esitetty kuvassa 2.3 ja tyypillisten tulistinelementtien rakenne kuvassa 2.4. Tulistimeen saapuva höyry ohjataan tulistimien yhdysputkilla tulistimen jakokammion päistä sisään kammioon, josta höyry jakaantuu tasaisesti pieniin tulistinelementeille höyryn johtaviin aisaputkiin. Aisaputkista tulistinelementteihin siirtyvä höyry tulistuu tulistinelementeissä sen lämpötilan noustessa savukaasuista ja lämpösäteilystä höyryyn elementtiputken läpi siirtyvän lämmön vaikutuksesta. Lopuksi tulistinelementeissä tulistunut höyry johdetaan aisaputkien läpi tulistimen kokoojakammioon, josta höyry johdetaan putkilla joko seuraavalle tulistimelle tai höyryturbiinille.



Kuva 2.2. *Tyypillisen riipputulistimen osat ja liitoskohta tulipesän kattoon.*

Kuva 2.3. *Tyypillinen iso tulistinkammio ja kammion aisaputket kuljetusasennossa ylösalaisin (Optimus Industries, LLC 2016).*

Kuva 2.4. *Tyypillisiä riipputulistimen elementtejä kuljetuskehikossa (SEAM Industries Ltd 2016).*

Tulistimien hyvin korkeista 500–600 °C:een käyttölämpötiloista johtuen niissä joudutaan käyttämään kalliita ja hyvin runsaasti seostettuja kuumalujia ja hitaasti viruvia painelaiteteräslaatuja. Koska tulistimesta vain tulistinelementit ovat kosketuksissa kuumien savukaasujen kanssa ja koska vain tulistinelementit altistuvat tulipesässä tapahtuvasta palamisesta aiheutuvalle lämpösäteilylle ja savukaasujen aiheuttamalle korroosiolle, valmistetaan tulistinelementit yleensä eri putkimateriaalista kuin tulistimen aisaputket sen tuottamien kustannussäästöjen vuoksi.

Tässä diplomityössä tutkitaan esitellyn kerrosleijukattilan kuumimman tulistimen kokoojakammion ja sen aisaputkien virumista ja väsymistä voimalaitoksen käyttöiän aikana. Tulistin altistuu käyttöikänsä aikana sekä voimalaitoksen kylmäkäynnistysten aiheuttamalle väsyttävälle kuormitukselle että tulistimen hyvin korkean toimintalämpötilan aiheuttamalle virumiselle, joiden kummankin aikaansaama yhteisvaikutus vaurioittaa tulistimen osia ja voi aiheuttaa sopimattomalla tulistimen mitoituksella muun muassa putkivuotoja tulistimessa.

3 VÄSYMINEN JA VIRUMINEN

Useille voimalaitoksen kylmäkäynnistyksille ja hyvin korkeille toimintalämpötiloille altistuva tulistinkammio altistuu sekä materiaalin väsymiselle että virumiselle, joiden vaikutusta tulistimessa käyttöiän aikana syntyvään materiaalivaurioon tässä diplomityössä tutkitaan. Tässä luvussa esitetään väsymisen ja virumisen yleinen teoreettinen tausta sekä yksi yleinen menetelmä väsymisen ja virumisen yhteisvaikutuksen aiheuttaman materiaalin vaurioitumisen arviointiin. Varsinainen tässä diplomityössä kehitetty viskoplastinen materiaalimalli korkean lämpötilan väsymisen ja virumisen yhteisvaikutuksen arviointiin esitellään luvussa neljä.

3.1 Väsyminen

Väsymisellä tarkoitetaan materiaalin vaurioitumista toistuvan kuormituksen vaikutuksesta. Väsyminen jaetaan tyypillisesti väsyttävästä kuormituksesta aiheutuvien muodonmuutosten tyypin perusteella kahteen kategoriaan, jotka ovat korkeasyklinen väsyminen (engl. high-cycle fatigue) ja matalasyklinen väsyminen tai myötöväsyminen (engl. low-cycle fatigue). Yleisesti korkeasyklisellä väsymisellä tarkoitetaan materiaalin altistumista toistuvalle kuormitukselle, jossa materiaalin muodonmuutos on elastista eikä merkittävää plastista muodonmuutosta esiinny. Näin ollen korkeasyklisessä väsymisessä materiaali kestää hyvin suuren määrän väsyttäviä kuormitussyklejä vaurioitumatta, koska väsyttävän kuormituksen aiheuttamat muodonmuutokset ovat vähäisiä ja pääosin elastisesti palautuvia. Matalasykliseksi väsymiseksi puolestaan luokitellaan materiaalin altistuminen toistuvalle kuormitukselle, joka aiheuttaa materiaaliin elastisen muodonmuutoksen lisäksi myös huomattavaa plastista palautumatonta muodonmuutosta. Matalasyklisessä väsymisessä kuormituksen materiaaliin aiheuttamat muodonmuutokset ovat suurehkoja ja plastisen muodonmuutoksen osalta palautumattomia, joten matalasyklisessä väsymisessä materiaali kestää vain pienehkön määrän kuormitussyklejä ennen vaurioitumista. (Lemaitre & Desmorat 2005, s. 191, 192, 277, 278) Seuraavissa luvuissa tarkastellaan tarkemmin korkea- ja matalasyklistä väsymistä yksiakselisessa jännitystilassa sekä väsymistä moniakselisessa jännitystilassa ja vaihtuva-amplitudisessa kuormituksessa. Väsymisestä on myös hitsatun rakenteen tapauksessa huomattava hitsien väsymiskeston olevan selkeästi perusainetta heikompi (Milella 2013, s. 625, 640), mutta tämän työn yhteydessä hitsien väsymiskestoiän laskentaan ei perehdytä tarkemmin.

3.1.1 Korkeasyklinen väsyminen yksiakselisessa jännitystilassa

Korkeasyklisessä väsymisessä kuormitetun rakenteen jännitystasot ovat niin alhaisia, että rakenteessa ei ilmene merkittävää plastista muodonmuutosta ja rakenteen muodonmuutoskäyttäytyminen noudattaa elastista jännitys-venymäyhteyttä, joten korkeasyklistä väsymistä voidaan tarkastella joko rakenteen jännitys- tai venymävaihteluun perustuvalla menetelmällä. Korkeasyklisen väsymisen tapauksessa kummatkin menetelmät johtavat samaan lopputulokseen, sillä kokonaisrakenteen muodonmuutosten ollessa vain elastisia on jännityksillä ja venymillä aina Hooken lain mukainen yhteys. (Lemaitre & Desmorat 2005, s. 277; Milella 2013, s. 257) Jännitysvaihteluun perustuvaa menetelmää käytettäessä väsyttävän kuormituksen jännitysamplitudi σ_a määritellään kyseiselle kuormitusvaihtelulle yksiakselisen jännitystilan suurimman jännityksen σ_{max} ja pienimmän jännityksen σ_{min} perusteella lausekkeella

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2}. \tag{1}$$

Lausekkeen (1) mukaan jännitysamplitudi määritellään myös väsymistarkasteluissa yleisesti käytettävän jännitysvaihteluvälin $\Delta\sigma$ puolikkaana. (Milella 2013, s. 5) Mikäli väsymistarkastelu tehdään venymäpohjaista menetelmää hyödyntäen, määritellään venymäamplitudi ε_a vastaavasti kyseisen kuormitusvaihtelun aiheuttaman yksiakselisen venymävaihtelun suurimman venymän ε_{max} ja pienimmän venymän ε_{min} perusteella lausekkeella

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}}{2} = \frac{\Delta\varepsilon}{2} \tag{2}$$

(Milella 2013, s. 257). Lausekkeen (2) mukaisesti venymäpohjaisessa väsymistarkastelussa venymäamplitudi on venymävaihteluvälin $\Delta\varepsilon$ puolikas.

Metallien väsymiskestoa korkeasyklisen väsymisen alueella arvioidaan usein Basquinin yhtälöllä, jonka mukaan metallin väsymiskestoiän ja jännitysamplitudin välille voidaan määritellä yksiakselisessa jännitystilassa yhteys

$$\sigma_a = \sigma_f' N_f^b, \tag{3}$$

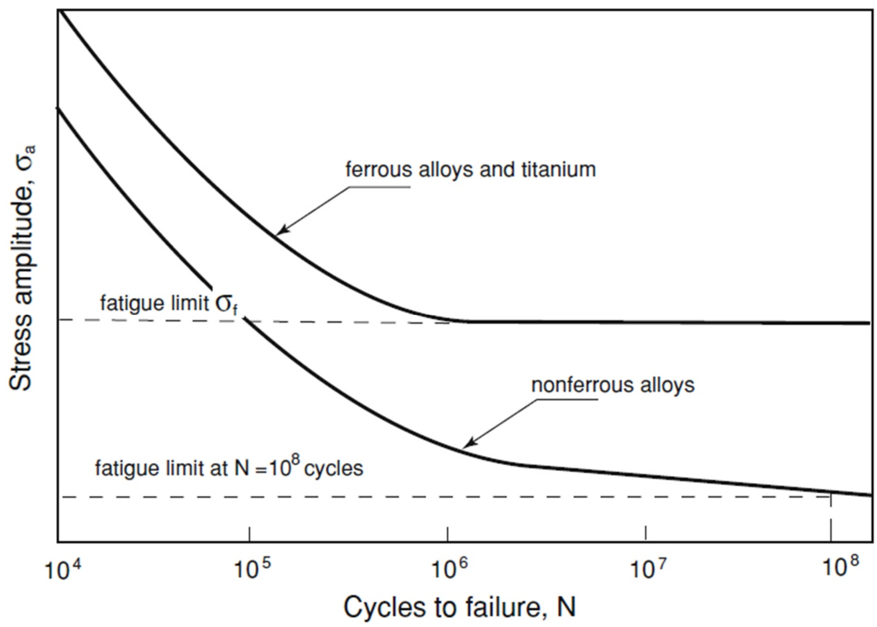
jossa σ_f' on väsymislujuuskerroin, b väsymislujuuseksponentti ja N_f väsymiskestoikä kuormitussykleinä. Väsymislujuuskerroin σ_f' määritetään lähtökohtaisesti väsymiskoetuloksista, mutta se on sitkeille materiaaleille likimain vetokokeessa vetokokeen kuroutuvassa kohdassa esiintyvän todellisen murtojännityksen suuruinen, jolloin sen arvo on nimellistä vetokoesauvan alkuperäisen pinta-alan perusteella määritettyä murtojännitystä suurempi. Toisaalta hauraille materiaaleille sen arvo on likimain nimellisen murtojännityksen suuruinen niiden vähäisen vetokoekurouman vuoksi. (Milella 2013, s.

257–261) Vastaavasti Hooken lakia soveltamalla voidaan määritellä väsymiskestoiän ja kimmoisen venymäamplitudin $\varepsilon_{a,e}$ välinen yhteys muodossa

$$\varepsilon_{a,e} = \frac{\sigma_f'}{E} N_f^b, \tag{4}$$

jossa E on kimmokerroin. Graafisesti tulkittuna Basquinin yhtälön mukaan metallin väsymiskuormituksen jännitys- tai venymäamplitudin ja väsymismurtumaan tarvittavan kuormitussyklimäärän yhteys voidaan esittää suorana kaksoislogaritmisessa jännitys-amplitudi-kuormitussykli- tai venymäamplitudi-kuormitussyklikuvaajassa. (Milella 2013, s. 257)

Korkeasykliseen väsymiseen liittyy olennaisesti myös väsymisraja (engl. fatigue limit tai endurance limit), joka on jännitysamplitudin arvo, jota pienemmällä jännitys-amplitudilla väsyttävä kuormitus ei aiheuta väsymisvauriota kuormitussyklimäärän rajattomasta kasvusta huolimatta. Ferriittisillä metalleilla, kuten tavanomaisilla teräksillä ja titaanilla, ilmenee selkeä kuvan 3.1 mukainen väsymisraja noin 10^6 tai 10^7 kuormitussyklin kohdalla. Ei-ferriittisillä metalleilla selkeää väsymisrajaa ei välttämättä esiinny tai se esiintyy vasta huomattavasti ferriittisillä metalleilla esiintyvää väsymisrajaa suuremmalla kuormitussyklimäärällä kuvan 3.1 mukaisesti. (Milella 2013, s. 6, 13, 14)



Kuva 3.1. *Väsymisrajan esiintyminen ferriittisillä metalliseoksilla ja titaanilla sekä ei-ferriittisillä metalliseoksilla (Milella 2013, s. 6).*

Korkeasyklisessä väsymisessä materiaalin väsymiskestoikään vaikuttaa olennaisesti jännitys- tai venymäamplitudin lisäksi kuormituksen keskijännitys σ_m, jonka positiivinen arvo heikentää materiaalin väsymiskestoikää keskijännityksettömän kuormituksen yhtä suureen jännitys- tai venymäamplitudiin verrattuna ja joka määritellään yksiakselisessa jännitystilassa lausekkeella

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max}+\sigma_{min}}{2}. \tag{5}$$

Keskijännityksen asemesta käytetään myös usein periaatteeltaan keskijännitystä vastaava väsyttävän kuormituksen jännityssuhdetta R, joka määritellään lausekkeella

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \tag{6}$$

yksiakselisen väsyttävän kuormituksen pienimmän ja suurimman jännityksen suhteena. (Milella 2013, s. 281)

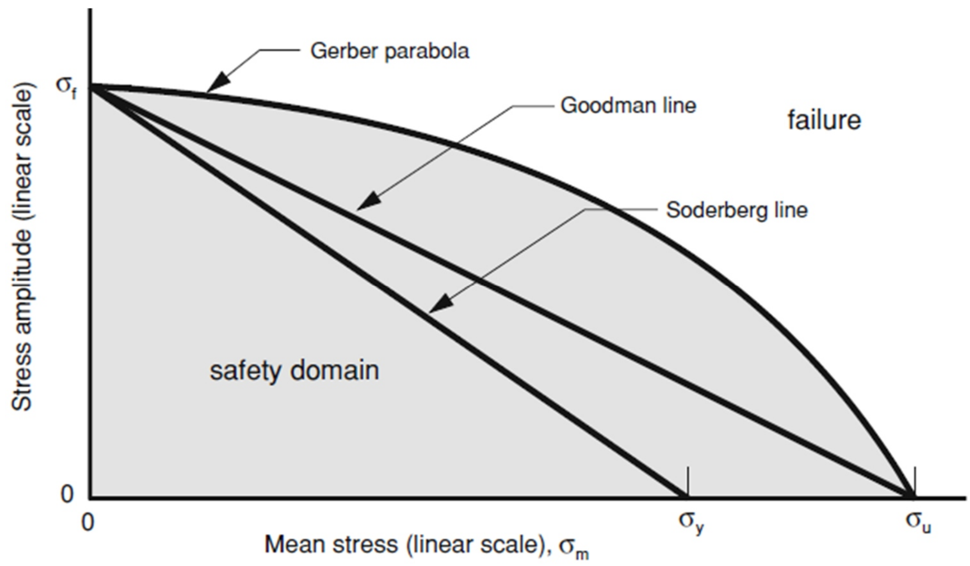
Keskijännityksen vaikutusta väsymiskestoikään ja sitä vastaavaan jännitysamplitudiin voidaan arvioida useilla kirjallisuudessa yleisesti esitetyillä menetelmillä. Goodmanin ja Gerberin esittämien johtopäätösten mukaan positiivisen keskijännityksen vaikutuksesta väsyttävän kuormituksen väsymisvaurioon johtava yksiakselinen jännitysamplitudi pienenee kaikilla kuormitussyklimäärillä, ja keskijännityksen vaikutuksesta redusoitu väsyttävän kuormituksen jännitysamplitudi $\sigma_{a,m}$ voidaan määrittää lausekkeella

$$\sigma_{a,m} = \sigma_a \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^{n_m}\right], \tag{7}$$

jossa σ_a on väsymisvaurioon johtava jännitysamplitudi vastaavalla kuormitussyklimäärällä keskijännityksettömässä kuormitusvaihtelussa ja σ_u on materiaalin murtojännitys. Lausekkeessa (7) potenssi n_m on Goodmanin esittämän lausekkeen mukaan yksi ja Gerberin esittämän lausekkeen mukaan kaksi, jolloin Goodmanin esittämä yhtälö kuvautuu lineaarisella jännitysamplitudi-keskijännityskuvaajalla suorana ja Gerberin yhtälö paraabelina kuvan 3.2 mukaisesti. Soderbergin esittämän periaatteen mukaisesti keskijännityksen vaikutusta väsymiskestoikään tulisi arvioida Goodmanin esittämää lauseketta konservatiivisemmin korvaamalla lausekkeessa (7) murtojännitys myötöjännityksellä σ_y ja käyttämällä potenssina lukua yksi Goodmanin lausekkeen mukaisesti. Täten Soderbergin esittämä lauseke saadaan muotoon

$$\sigma_{a,m} = \sigma_a \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_y}\right). \tag{8}$$

Soderbergin lausekkeen mukaista keskijännityksen vaikutusta väsymismurtumaan johtavaan jännitysamplitudiin on myös havainnollistettu kuvassa 3.2. (Milella 2013, s. 280–285)



Kuva 3.2. *Sallittu jännitysamplitudi väsyttävän kuormituksen keskijännityksen funktiona korkeasyklisessä väsymisessä eri väsymisteorioiden mukaan (Milella 2013, s. 284).*

Positiivisen keskijännityksen epäedullisen väsymiskestoa heikentävän vaikutuksen arviointiin on esittänyt menetelmän myös Morrow, jonka mukaan suurin väsyttävässä kuormituksessa sallittu keskijännitys voi ylittää jännitysamplitudi-keskijännityskuvaajalla esitettynä sekä myötö- että murtojännityksen rajoittuen materiaalin väsymislujuuskertoimeen σ_f' kuvan 3.3 mukaisesti. Morrow'n mallin mukaan keskijännityksellisen yksiakselisen väsyttävän kuormituksen väsymismurtumaan johtava redusoitu jännitysamplitudi $\sigma_{a,m}$ määritellään lausekkeella

$$\sigma_{a,m} = \sigma_a \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_f'}\right), \tag{9}$$

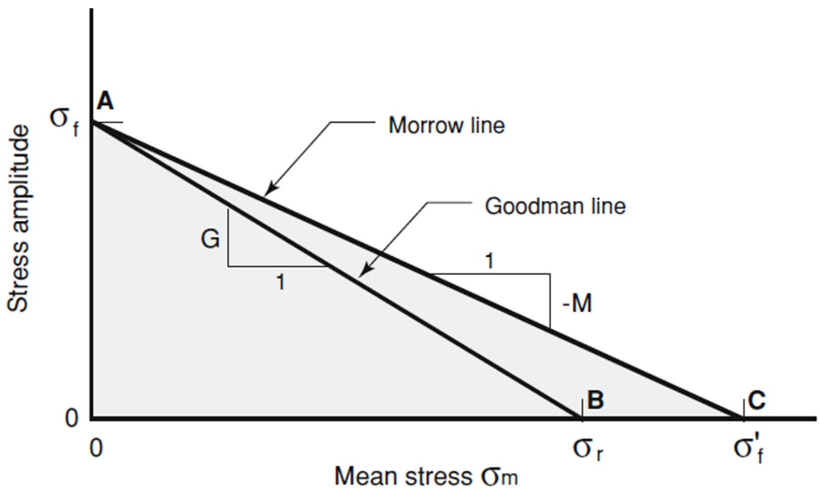
jossa redusoidaan keskijännityksettömän kuormituksen tietyllä kuormitussyklimäärällä väsymisvaurioon johtavaa jännitysamplitudia σ_a. Sijoittamalla lauseke (9) Basquinin yhtälöön (3), saadaan väsymisyhtälö muotoon

$$\sigma_{a,m} = (\sigma_f' - \sigma_m)N_f^b. \tag{10}$$

Keskijännityksen vaikutuksesta redusoidun kimmoisen venymäamplitudin $\varepsilon_{a,e,m}$ avulla esitettynä tämä väsymisyhtälö saadaan muotoon

$$\varepsilon_{a,e,m} = \frac{\sigma_f' - \sigma_m}{E} N_f^b. \tag{11}$$

Vastaavalla tavalla voidaan hyödyntää myös Gerberin, Goodmanin ja Soderbergin esittämiä lausekkeita (7)–(8) Basquinin yhtälöön (3) sijoitettuina. (Milella 2013, s. 287, 288)



Kuva 3.3. *Sallittu jännitysamplitudi väsyttävän kuormituksen keskijännityksen funktiona Morrow'n ja Goodmanin esittämien teorioiden mukaan. (Milella 2013, s. 288)*

Väsymistä materiaalin mikrorakenteen tasolla tarkasteltaessa havaitaan korkeasyklisessä väsymisessä varsinaisen väsymissärön saavan alkunsa yleensä materiaalin pinnalta materiaalin raerakenteen rakeiden sisälle syklisessä kuormituksessa syntyviltä liukunauhoilta, jotka syntyvät vaihtuvan kuormituksen aiheuttamasta materiaalin suuresta ja erittäin paikallisesta plastisesta muodonmuutoksesta johtuen. Liukunauhoille keskittynyt hyvin suuri paikallinen muodonmuutos aikaansaa liukunauhoille hyvin pieniä huokosia ja onkaloita, jotka lisääntyessään lopulta yhdistyvät muodostaen väsymissärön. Väsyttävän kuormituksen jännitys- tai venymäamplitudin ollessa riittävän suuri syntynyt pieni väsymissärö kasvaa materiaalissa edeten kiderakenteen rakeiden läpi kunnes se suureksi kasvaessaan saa aikaan materiaalin rakeiden läpi kulkevan väsymismurtuman. (Milella 2013, s. 25, 35–41, 310).

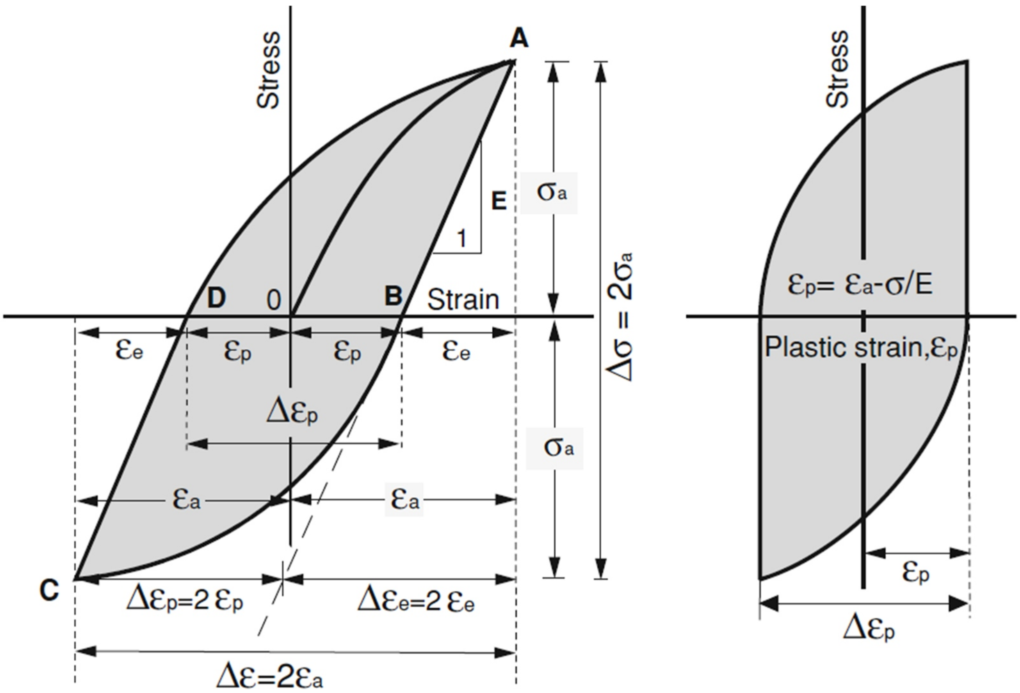
3.1.2 Matalasyklinen väsyminen yksiakselisessa jännitystilassa

Matalasyklisessä väsymisessä rakenteeseen kohdistuvat kuormitukset ovat suurehkoja ja aiheuttavat rakenteeseen myös merkittäviä plastisia muodonmuutoksia, joten matalasyklisessä väsymisessä rakenteen muodonmuutoskäyttäytyminen ei ole enää Hooken lain mukaisesti lineaarisesti kimmoista eikä korkeasyklisen väsymisen yhteydessä käytetty jännitysperustainen tarkastelumenetelmä enää sovellu luotettavasti matalasyklisen väsymisen analysointiin. Materiaalin plastisoitumisesta johtuen matalasyklistä väsymistä tarkastellaan yleensä venymäperustaisella menetelmällä, joka huomioi sekä materiaalin elastisen että plastisen muodonmuutoksen. (Milella 2013, s. 309)

Matalasyklisen väsymisen analysoinnissa yksiakselinen venymäamplitudi jaetaan kimmoiseen osaan $\varepsilon_{a,e}$ ja plastiseen osaan $\varepsilon_{a,p}$, mikä voidaan esittää muodossa

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{a,e} + \varepsilon_{a,p} = \frac{\sigma_a}{E} + \varepsilon_{a,p}. \tag{12}$$

Lausekkeen (12) mukaisesti kimmoinen venymäamplitudi voidaan myös esittää Hooken lain mukaisesti yksiakselisen kuormituksen jännitysamplitudin avulla. Matalasyklisessä täysin vaihtuvassa keskijännityksettömässä väsyttävässä kuormituksessa ilmenevää hystereesissilmukkaa, joka sisältää sekä kimmoista että plastista muodonmuutosta, on havainnollistettu kuvan 3.4 vasemmanpuoleisessa kuvannossa. Kuvan 3.4 oikeanpuoleisessa kuvannossa on esitetty vasemmanpuoleista silmukkaa vastaava hystereesissilmukka, josta on poistettu elastisen muodonmuutoksen osuus, jolloin jäljelle jää vain muokkauslujittuvan materiaalin plastisesta venymästä muodostuva hystereesissilmukka. (Milella 2013, s. 310, 311)



Kuva 3.4. *Vasemmalla hystereesissilmukka, jossa esiintyy sekä kimmoista että plastista venymää. Oikealla vasemmanpuoleista silmukkaa vastaava hystereesissilmukka, josta on poistettu kimmoinen venymä. (Milella 2013, s. 311)*

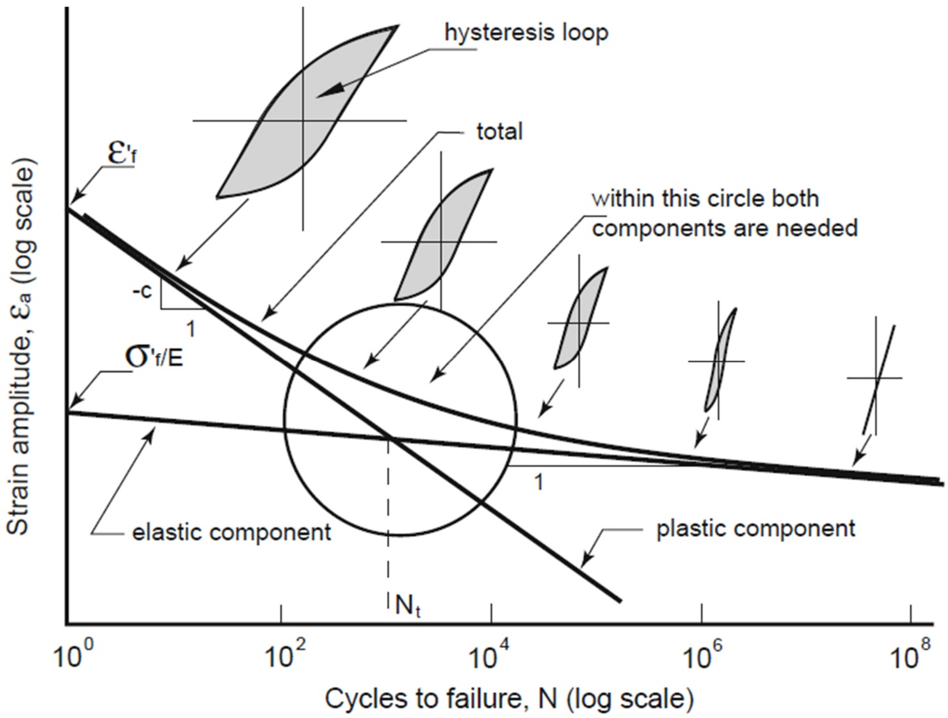
Matalasyklisen väsymisen tapauksessa metallien väsymiskestoa puhtaasti plastisessa muodonmuutoksessa arvioidaan yleisesti Coffin-Mansonin yhtälöllä

$$\varepsilon_{a,p} = \varepsilon_f' N_f^c, \tag{13}$$

jossa ε_f' on väsymissitkeyskerroin ja c väsymissitkeyseksponentti, jotka voidaan määrittää väsymiskokeiden tulosten perusteella. Väsymissitkeyskerroin ε_f' vastaa fysikaalisesti materiaalin todellista murtovenymää vetokokeen kuroutuneessa kohdassa, joten se voidaan määrittää myös tavanomaisella vetokokeella. (Milella 2013, s. 314) Korkeasyklisessä väsymisessä käytetyn Basquinin yhtälön (4) mukaisesti myös Coffin-Mansonin väsymisyhtälö kuvautuu kaksoislogaritmisella venymäamplitudi-kuormitussyklikuvaajalla suorana. Koska matalasyklisessä väsymisessä ilmenee aina sekä elastisia että plastisia venymäkomponentteja, saadaan kummankin venymäkomponentin vaikutus väsymiskestoikään huomioitua määrittämällä väsymisvaurioon tietyllä kuormitussyklimäärällä johtava kokonaisvenymäamplitudi Basquinin ja Coffin-Mansonin väsymisyhtälöiden summana lausekkeella

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f'}{E} N_f^b + \varepsilon_f' N_f^c, \tag{14}$$

jota kutsutaan myös Morrow'n väsymisyhtälöksi (Milella 2013, s. 315; Manson & Halford 2006, s. 50). Basquinin, Coffin-Mansonin ja Morrow'n väsymisyhtälöt on esitetty kaksoislogaritmisessa venymäamplitudi-kuormitussyklikuvaajassa kuvassa 3.5, jossa elastisen venymäkomponentin huomioiva Basquinin väsymisyhtälö ja plastisen venymäkomponentin huomioiva Coffin-Mansonin väsymisyhtälö esiintyvät suorina ja näiden summana saatava Morrow'n väsymisyhtälö piirtyy käyräksi.



Kuva 3.5. *Basquinin ja Coffin-Mansonin väsymisyhtälöt sekä näiden summasta muodostuva Morrow'n väsymisyhtälö esitettynä venymäamplitudi-kuormitussyklikuvaajassa (Milella 2013, s. 318).*

Morrow'n väsymisyhtälön (14) parametrien määrittäminen väsymiskokeiden tulosten perusteella osoittautuu heikosti saatavilla olevien väsymiskoetulosten vuoksi usein vaikeaksi, mikäli kertoimia tarvitaan esimerkiksi korkeassa lämpötilassa tapahtuvan väsymisen analysointiin harvinaisten teräslaatujen kuten kuumalujien painelaiteterästen tapauksessa. Morrow'n väsymisyhtälön yleiskäyttöisyyden parantamiseksi on kehitetty Manson-Hirschbergin yleisten kulmakertoimien väsymisyhtälö, jossa Morrow'n väsymisyhtälön parametrit on määritetty 29 metallilla suoritettujen väsymiskokeiden tuloksiin tehtyjen sovitteiden perusteella. Manson-Hirschbergin väsymisyhtälön parametrien määrittämisessä väsymiskokeet on tehty materiaaleille, joiden lujuudet ja sitkeydet vaihtelevat huomattavasti, mikä parantaa yhtälön käyttökelpoisuutta eri materiaalien tapauksessa. Manson-Hirschbergin yleisten kulmakertoimien väsymisyhtälö esitetään muodossa

$$\Delta\varepsilon = 3{,}5\frac{\sigma_u}{E}N_f^{-0{,}12} + Z^{0{,}6}N_f^{-0{,}6}, \tag{15}$$

jossa Z on materiaalin sitkeys, joka määritellään lausekkeella

$$Z = \ln\left(\frac{100}{100-\%RA}\right). \tag{16}$$

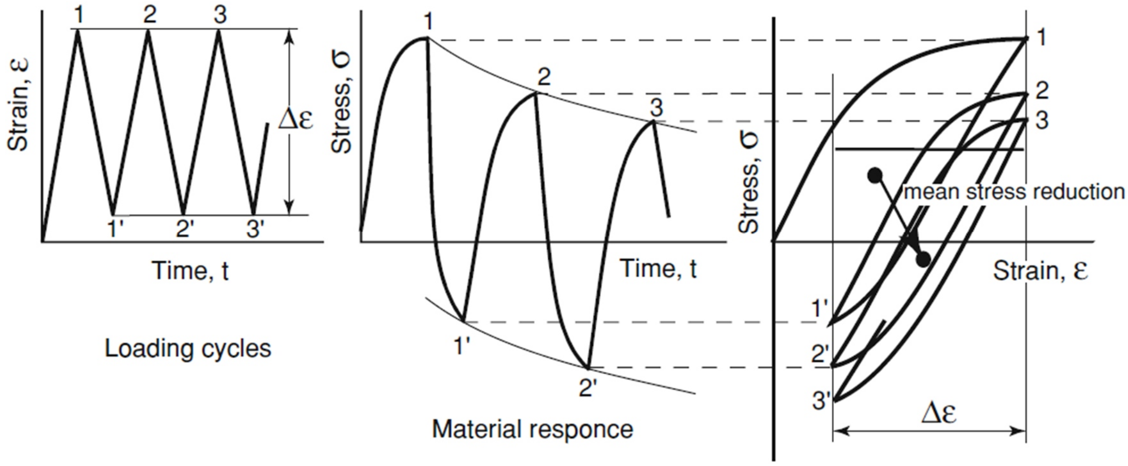
Lausekkeessa (16) $\%RA$ on materiaalin murtokurouma prosentteina vetokokeessa syntyneessä murtokuroumakohdassa. (Manson & Halford 2006, s. 53–55)

Manson-Hirschbergin yleisten kulmakertoimien väsymisyhtälön esittämisen jälkeen väsymisyhtälöä on muutettu kattavampien, 50 eri metallin väsymiskokeiden tuloksiin tehtyjen sovitteiden perusteella, jolloin aikaansaatu modifioitu yleisten kulmakertoimien väsymisyhtälö esitetään lausekkeella

$$\Delta\varepsilon = 1{,}17\left(\frac{\sigma_u}{E}\right)^{0{,}832}N_f^{-0{,}09} + 0{,}0266\cdot Z^{0{,}155}\left(\frac{\sigma_u}{E}\right)^{-0{,}53}N_f^{-0{,}56}. \tag{17}$$

Merkittävimpänä yhtälöiden (15) ja (17) välisenä eroavaisuutena on se, että yhtälö (17) johtaa aina yhtälöä (15) pienempiin väsymismurtumaan johtaviin venymävaihteluväleihin pienillä väsymissyklimäärillä, mutta kummankin yhtälön tuottamat tulokset kuitenkin käytännössä yhtyvät ääretöntä väsymiskestoikää lähestyttäessä. Useimpien materiaalien tapauksessa kuitenkin sekä alkuperäinen Manson-Hirschbergin yleisten kulmakertoimien väsymisyhtälö että uudempi modifioitu yleisten kulmakertoimien väsymisyhtälö johtavat käytännössä yhtä tarkkoihin väsymiskestoikiin, eikä yksittäisen materiaalin kohdalla voida ilman tarkempaa selvitystä arvioida, kumpi yhtälöistä tuottaa tarkemman väsymiskestoiän. (Manson & Halford 2006, s. 53–56)

Pelkkää elastista muodonmuutosta sisältävässä korkeasyklisessä väsymisessä väsyttävän kuormituksen keskijännityksen vaikutus väsymiskestoon on hyvin huomattava. Matalasyklisessä väsymisessä ilmenevä plastinen venymä kuitenkin aiheuttaa plastisoituvassa kohdassa hyvin nopeasti yksiakselisen vaihtuvan väsyttävän kuormituksen tapauksessa keskijännityksen pienenemisen kohti nollaa, jolloin matalasyklisessä väsymisessä keskijännityksen vaikutus väsymiskestoikään vähenee oleellisesti. (Milella 2013, s. 319–321) Kuvassa 3.6 on esitetty keskijännityksen pieneneminen vakiona pysyvällä venymäamplitudilla toteutetussa yksiakselisessa väsymiskokeessa. Plastisen muodonmuutoksen ollessa huomattavaa elastiseen muodonmuutokseen verrattuna keskijännitys laskee kuvan mukaisesti plastisen muodonmuutoksen vaikutuksesta jo muutaman kuormitussyklin jälkeen lähelle nollaa. Lisäksi kuvasta havaitaan, että keskijännityksen laskiessa myös kuormitussyklin aikana ilmenevä plastinen muodonmuutos vähenee huomattavasti, jolloin pienen venymäamplitudin tapauksessa alun perin kimmoplastinen materiaalin muodonmuutos saattaa muuttua täysin tai lähes täysin kimmoiseksi.



Kuva 3.6. *Havainnollistus keskijännityksen pienenemisestä matalasyklisessä väsymisessä, kun venymäamplitudi pysyy vakiona (Milella 2013, s. 320).*

Koska keskijännityksen vaikutus väsymiskestoikään matalasyklisessä väsyttävässä kuormituksessa on vähäistä erityisesti muodonmuutoksen ollessa suurelta osin plastista, voidaan Morrow'n mukaan keskijännityksen vaikutus väsymiskestoikään huomioida pelkässä muodonmuutoksen elastisessa komponentissa ja jättää huomioimatta plastisen komponentin osalta. Morrow'n mukaan keskijännityksen vaikutus väsyttävän kuormituksen elastisen komponentin määrittelemään sallittuun venymäamplitudiin määritellään lausekkeella (11), jolloin lauseke (11) Morrow'n väsymisyhtälön (14) elastisen komponentin tilalle sijoittamalla saadaan lauseke (14) muotoon

$$\varepsilon_{a,m} = \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} N_f^b + \varepsilon'_f N_f^c, \tag{18}$$

jossa keskijännityksen vaikutus väsymiskestoikään huomioidaan vain väsyttävän kuormituksen elastisessa muodonmuutoskomponentissa. (Milella 2013, s. 319–323)

Morrow'n keskijännityksen korjausmenetelmässä on haittapuolena sen keskeinen virheellinen oletus, jonka mukaan väsyttävän kuormituksen elastisen ja plastisen venymäamplitudin suhde $\varepsilon_{a,e}/\varepsilon_{a,p}$ riippuu keskijännityksestä lausekkeen (18) mukaisesti. Voidaan kuitenkin helposti osoittaa (Milella 2013, s. 320, 321, 323), että täysin sama suhde $\varepsilon_{a,e}/\varepsilon_{a,p}$ voidaan saavuttaa myös erisuuruisilla keskijännityksillä. Tämän ristiriidan korjatakseen Manson ja Halford esittivät, että yksiakselisen väsyttävän kuormituksen keskijännityksen vaikutus väsymiskestoikään pitää huomioida myös muodonmuutoksen plastisen komponentin tapauksessa, jolloin yhtälö (18) tulee heidän mukaansa esittää muodossa

$$\varepsilon_{a,m} = \frac{\sigma_f' - \sigma_m}{E} N_f^b + \varepsilon_f' \left(\frac{\sigma_f' - \sigma_m}{\sigma_f'}\right)^{c/b} N_f^c. \tag{19}$$

Lausekkeen (19) mukaan väsyttävän kuormituksen keskijännitys vaikuttaa kuitenkin myös kuormituksen plastisen komponentin määrittämään väsymiskestoikään, joka toisaalta on ristiriidassa väsymiskokeissa saatujen tulosten kanssa. (Milella 2013, s. 319–323)

Vaihtoehtoinen tapa keskijännityksen väsymiskestoikään aiheuttaman vaikutuksen huomioimiseen matalasyklisessä yksiakselisessa väsyttävässä kuormituksessa on kehittäjiensä Smithin, Watsonin ja Topperin mukaan nimetty SWT-malli. SWT-malli esittää hypoteesin materiaalin väsymiskestoiästä tilanteessa, jossa kuormituksen maksimijännitys σ_{max} on positiivinen. SWT-malli esittää väsymisyhtälön käyttäen SWT-parametria $\sigma_{max}\varepsilon_{a,}$, jossa $\varepsilon_{a,}$ on väsyttävän kuormituksen positiivista maksimijännitystä vastaava venymäamplitudi. SWT-malli olettaa väsymisvaurion syntyvän keskijännityksellisessä väsyttävässä kuormituksessa samalla kuormitussyklimäärällä kuin täysin vaihtuvalla väsyttävällä kuormituksella toteutetussa väsymiskokeessa silloin, kun SWT-parametrin arvo on sama kuin täysin vaihtuvalla väsyttävällä kuormituksella toteutetun väsymiskokeen jännitysamplitudin $\sigma_{a,R=-1}$ ja venymäamplitudin $\varepsilon_{a,R=-1}$ tulo. Oletus esitetään muodossa

$$\sigma_{max}\varepsilon_a = \sigma_{a,R=-1}\varepsilon_{a,R=-1}, \tag{20}$$

kun pätee $\sigma_{max} > 0$ ja referenssiväsymiskokeen jännityssuhteelle pätee $R = -1$. SWT-mallin väsymisyhtälö voidaan nyt johtaa Basquinin väsymisyhtälön (3) ja Morrow'n väsymisyhtälön (14) avulla, sillä yhtälöt (3) ja (14) ovat voimassa, kun keskijännitys on nolla eli kun jännityssuhteelle pätee $R = -1$. Yhtälöllä (3) voidaan nyt ratkaista täysin vaihtuvan väsyttävän kuormituksen jännitysamplitudi $\sigma_{a,R=-1}$ ja yhtälöllä (14) täysin vaihtuvan väsyttävän kuormituksen venymäamplitudi $\varepsilon_{a,R=-1}$. Nämä lausekkeeseen (20) sijoittamalla saadaan keskijännityksen vaikutuksen matalasykliseen väsymiseen huomioivan SWT-mallin väsymisyhtälöksi

$$\sigma_{max}\varepsilon_a = \frac{\left(\sigma_f'\right)^2}{E} N_f^{2b} + \sigma_f'\varepsilon_f' N_f^{b+c}, \tag{21}$$

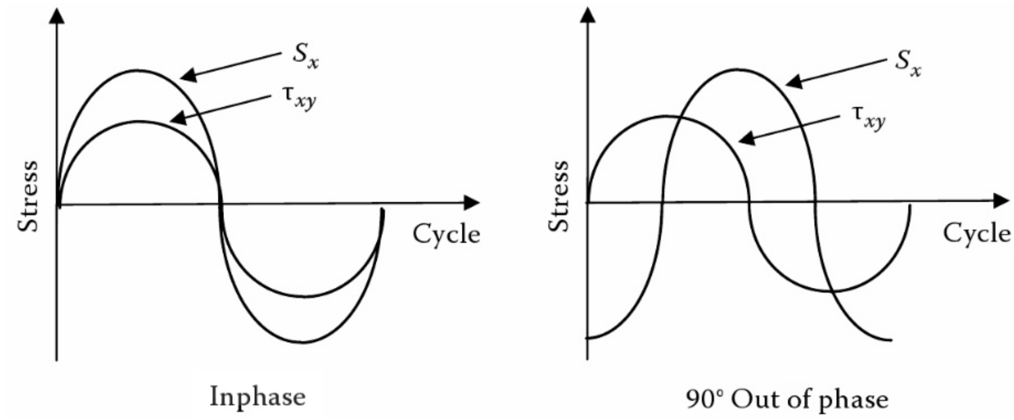
jonka parametrit σ_f', ε_f', b ja c ovat täysin samat kuin Basquinin ja Morrow'n väsymisyhtälöissä (3) ja (14). Lisäksi maksimijännitykselle on oltava voimassa epäyhtälö $\sigma_{max} > 0$. SWT-mallin merkittävimpänä haittapuolena on sen määritelmän yksinkertaistus, jonka mukaan malli ei ole määritelty ei-positiivisille väsyttävän kuormituksen maksimijännityksen arvoille. Näin ollen mallin mukaan materiaalissa ei tapahdu lainkaan väsymistä, mikäli väsyttävän kuormituksen suurin jännitys on nolla tai negatiivinen, mikä ei edellä esitettyjen keskijännityksen vaikutuksen väsymiseen huomioivien lausekkeiden (11), (18) ja (19) mukaan pidä paikkaansa. (Milella 2013, s. 322–323)

Murtumismekaniikan näkökulmasta matalasyklinen väsyminen poikkeaa selkeästi korkeasyklisestä väsymisestä, sillä matalasyklisessä väsymisessä väsymissärö voi syntyä materiaalissa esiintyvän merkittävän plastisen muodonmuutoksen vuoksi joko materiaalin pinnalle tai sen sisälle, kun se korkeasyklisessä väsymisessä syntyy yleensä materiaalin pinnalle. Lisäksi matalasyklisessä väsymisessä väsymissärö ydintyy ja usein myös etenee kiderakenteen raerajoilla eikä rakeiden sisällä. Materiaalin raerajat ovat tyypillisesti huomattavasti rakeita lujempia ja hauraampia, jolloin merkittävä materiaalin plastinen muodonmuutos saa ensimmäisenä aikaan hyvin pieniä mikrosäröjä materiaalin hauraille raerajoille. Väsyttävän kuormituksen jatkuessa raerajoille ydintyneet säröt kasvavat ja yhdistyvät muodostaen isomman väsymissärön. Syntynyt särö voi särön kasvuvaiheessa edetä edelleen raerajoja pitkin, mikäli väsyttävän kuormituksen venymäamplitudi on riittävän pieni. Suuremman väsyttävän venymäamplitudin tapauksessa särö voi kuitenkin muuttua rakeiden läpi kulkevaksi, jolloin särön kasvuvaihe muistuttaa korkeasyklisen väsymisen särönkasvua. Lopullinen väsymismurtuma tapahtuu, kun väsymissärö on kasvanut niin suureksi, että materiaali murtuu ulkoisen kuormituksen vaikutuksesta. (Milella 2013, s. 35–41, 310)

3.1.3 Väsyminen moniakselisessa jännitystilassa

Käytännön rakenneosissa väsyttävä kuormitus on usein yksiakselisen kuormituksen sijaan moniakselista, mikä on huomioitava väsymismitoituksessa. Moniakselisen väsymisen analysoinnissa tarkasteltava jännitystila on usein kaksiakselinen, sillä usein erityisesti korkeasyklisessä väsymisessä väsymismurtuma syntyy kappaleen ulkoisista kuormista vapaalle ulkopinnalle (Milella 2013, s. 477). Tässä luvussa esitetään kuitenkin keskeinen moniakselinen väsymisteoria yleisemmässä muodossa, jolloin se kattaa myös kolmiakselisen jännitystilan. Väsymisen analysointiin moniakselisessa jännitystilassa on olemassa useita eri menetelmiä, joista jotkin edellyttävät useiden materiaalikokeiden tulosten perusteella määritettävien parametrien käyttöä (Milella 2013, s. 480–503; Manson & Halford 2006 s. 110–119), mikä tekee näiden menetelmien käytännön soveltamisen usein hankalaksi esimerkiksi harvinaisista painelaiteteräksistä heikosti saatavilla olevien väsymiskoetulosten vuoksi. Näin ollen tässä luvussa on esitetty vain moniakselisen väsymisen teoria, jota voidaan soveltaa teräksille kirjallisuudesta saatavilla olevan tiedon perusteella.

Moniakselisessa väsymisessä ilmenevien moniakselisten jännitystilojen lisäksi oleellista on esiintyvien jännityskomponenttien välinen vaihe-ero. Moniakselisessa jännitystilassa eri jännityskomponenttien esiintymisen välillä voi olla kuvan 3.7 mukaisesti vaihe-eroa, jolloin kaikki jännityskomponentit eivät saavuta ääriarvojaan samanaikaisesti, mikä monimutkaistaa väsymisen analysointia. (Milella 2013, s. 512–513) Tässä työssä väsymisen tarkastelu on kuitenkin rajattu koskemaan vain samassa vaiheessa esiintyviä jännityskomponentteja, joten vaihe-eron vaikutusta moniakselisen väsymisen analysointiin ei eritellä tarkemmin.



Kuva 3.7. *Samanvaiheinen ja erivaiheinen väsyttävä jännitysvaihtelu (Khonsari & Amiri 2013, s. 63).*

Mansonin, Halfordin ja Zamrikin esittämä menetelmä moniakselisen väsymisen analysointiin perustuu jännitystilan kolmiaksiaalisuutta kuvaavien parametrien käyttöön korjauskertoimina väsymisyhtälön muokkaamisessa yksiakseliseen jännitystilaan esitetystä muodosta moniakselisessa jännitystilassa sovellettavaan muotoon. Manson, Halford ja Zamrik esittivät Morrow'n väsymisyhtälön (14) kolmeakselisen jännitystilan tapauksessa muodossa

$$\bar{\varepsilon}_a = Z_{tr}^{1-\sigma_h/\bar{\sigma}} \cdot \frac{\sigma_f'}{E} N_f^b + \Lambda^{1-\sigma_h/\bar{\sigma}} \cdot \varepsilon_f' N_f^c, \tag{22}$$

jossa $\bar{\varepsilon}_a$ on ekvivalentti von Mises -venymäamplitudi, Λ sitkeysparametri, joka on arvoltaan likimain 2 muun muassa hiiliteräksille, alumiinille ja messingille (Zamrik et al. 1993, s. 87, 88, 93) ja $\sigma_h/\bar{\sigma}$ on jännitystilan kolmiaksiaalisuussuhde. Kolmiaksiaalisuussuhde määritellään pääjännitysten σ_1, σ_2, σ_3 keskiarvona määriteltävän hydrostaattisen jännityksen $\sigma_h = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ ja tehollisen von Mises -jännityksen $\bar{\sigma}$ osamääränä (Milella 2013, s. 336). Parametri Z_{tr} määritellään lausekkeella

$$Z_{tr} = \frac{3}{2(1+\nu)} \frac{E\tau_f'\varepsilon_f'}{G\sigma_f'\gamma_f'}, \tag{23}$$

jossa τ_f' on väsymislujuuskerroin puhtaassa leikkauskuormituksessa, γ_f' väsymissitkeyskerroin puhtaassa leikkauskuormituksessa, G liukumoduuli ja ν Poissonin luku. (Milella 2013, s. 492–493; Zamrik et al. 1993, s. 85–93) Mansonin, Halfordin ja Zamrikin esittämä väsymisyhtälö (22) on johdettu suoraan keskijännityksettömälle yksiakseliselle väsyttävälle kuormitukselle määritellystä yhtälöstä (14), joten yhtälö (22) pätee vain keskijännityksettömässä moniakselisessa väsyttävässä kuormituksessa. Lisäksi yhtälöä (22) sovellettaessa on kiinnitettävä erityistä huomioita ekvivalentin von Mises -venymäamplitudin määrittämiseen, sillä ekvivalentin von Mises -venymän ollessa aina ei-negatiivinen (Altenbach & Naumenko 2007, s. 9) muodostuu ekvivalentti von Mises -venymäamplitudi virheelliseksi, mikäli se määritetään esiintyvän ekvivalentin von Mises -venymän ääriarvojen erotuksen puolikkaana, kuten yhtälöä (22) yksiakseliseen jännitystilaan sovellettaessa helposti havaitaan.

Toinen yleinen moniakselisen väsymisen analysointimenetelmä perustuu teoriaan kontinuumin kriittisistä tasoista, joilla väsymissärö ydintyy ja joita pitkin se kasvaa. Teorian mukaisesti kriittisen tason suuntainen leikkausjännitysvaihtelu saa aikaan väsymissärön ydintymisen ja tasoa vastaan kohtisuora normaalijännitysvaihtelu särönkasvun, sillä kriittistä tasoa vastaan kohtisuora normaalijännitysvaihtelu pyrkii toistuvasti avaamaan syntynyttä väsymissäröä ja siten aiheuttaa sen kasvun. Kriittisten väsymistasojen teoriaan pohjautuen moniakselista väsymistä voidaan analysoida luvussa 3.1.2 esitellyllä yhtälön (21) mukaisella SWT-mallilla, joka saadaan moniakselisen väsymisen tapauksessa muotoon

$$\sigma_{n,max}\varepsilon_{1,a} = \frac{\left(\sigma_f'\right)^2}{E} N_f^{2b} + \sigma_f'\varepsilon_f' N_f^{b+c}, \tag{24}$$

jossa venymäamplitudi ε_a on korvattu suurimman päävenymän amplitudilla $\varepsilon_{1,a}$ ja maksimijännitys σ_{max} suurimman päävenymäamplitudin suunnassa esiintyvällä positiivisella maksimijännityksellä $\sigma_{n,max}$. Myös moniakselisen jännitystilan tapauksessa SWT-malli huomioi kriittisen tason normaalin suunnassa esiintyvän keskijännityksen vaikutuksen väsymiskestoikään, mikä lisää mallin käyttökelpoisuutta. Toisaalta yhtälössä (24) maksimijännityksen $\sigma_{n,max}$ on oltava aina positiivinen, sillä yhtälö ei ole voimassa ei-positiivisilla maksimijännityksen arvoilla. (Milella 2013, s. 322–323, 496–502)

Moniakselisen väsymisen analysointiin ovat esittäneet kriittisten väsymistasojen teoriaan perustuvan mallin myös Fatemi ja Socie. Heidän esittämänsä väsymismalli määritellään lausekkeella

$$\gamma_{a,max}\left(1 + \kappa_{FS}\frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y}\right) = \frac{\tau_f'}{G} N_f^{b_\gamma} + \gamma_f' N_f^{c_\gamma}, \tag{25}$$

jossa $\gamma_{a,max}$ on väsyttävässä kuormituksessa esiintyvä suurin liukuma-amplitudi, jonka esiintymistaso määrittelee tarkasteltavan kriittisen tason ja $\sigma_{n,max}$ on tätä kriittistä tasoa vastaan kohtisuora maksiminormaalijännitys. Tekijä κ_{FS} on mallilla tarkasteltavasta materiaalista riippuva materiaalivakio, b_γ on väsymislujuuseksponentti puhtaassa leikkauskuormituksessa ja c_γ on väsymissitkeyseksponentti puhtaassa leikkauskuormituksessa. (Milella 2013, s. 500–501; Socie 2001, s. 454) Lauseke (25) voidaan myös kirjoittaa muotoon

$$\gamma_{a,max}\left(1+\kappa_{FS}\frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y}\right)=(1+\nu)\frac{\sigma_f'}{E}N_f^b+\frac{\kappa_{FS}}{2}(1+\nu)\frac{\left(\sigma_f'\right)^2}{E\sigma_y}N_f^b+$$

$$+\left(1+\nu_p\right)\varepsilon_f'N_f^c+\frac{\kappa_{FS}}{2}\left(1+\nu_p\right)\frac{\varepsilon_f'\sigma_f'}{\sigma_y}N_f^{b+c}, \quad (26)$$

jossa ν on Poissonin luku kimmoisessa muodonmuutoksessa ja ν_p Poissonin luku plastisessa muodonmuutoksessa, jonka arvo on kokoonpuristumattoman materiaalin tapauksessa 0,5 (Irgens 2008, s. 204; Milella 2013, s. 501).

Moniakselisen väsymisen yhtälöiden toisiaan vastaavat parametrit puhtaassa veto- ja leikkausjännitystilassa on esitetty taulukossa 3.1. Taulukossa on lisäksi esitetty likimääräiset puhtaan leikkausjännitystilan parametrien estimointilausekkeet.

Taulukko 3.1. *Väsymisyhtälöiden termien vastineet puhtaassa veto- ja leikkausjännitystilassa ja puhtaan leikkausjännitystilan termien estimointilausekkeet (Socie 2001, s. 455).*

Väsymisyhtälön kerroin	Puhdas veto	Puhdas leikkaus
Väsymislujuuskerroin	σ_f'	$\tau_f' \approx \sigma_f'/\sqrt{3}$
Väsymislujuuseksponentti	b	$b_\gamma \approx b$
Väsymissitkeyskerroin	ε_f'	$\gamma_f' \approx \sqrt{3}\varepsilon_f'$
Väsymissitkeyseksponentti	c	$c_\gamma \approx c$
Elastinen kerroin	E	G

3.1.4 Väsyminen vaihtuva-amplitudisessa kuormituksessa

Luvuissa 3.1.1–3.1.3 esitetyillä väsymisyhtälöillä voidaan arvioida väsymiskestoikää tilanteissa, joissa kuormituksen jännitys- tai venymäamplitudi pysyy vakiona. Kun jännitys- ja venymäamplitudi vaihtelevat rakenneosan käyttöiän aikana, voidaan väsymiskestoiän arviointiin vaihtuva-amplitudisessa kuormituksessa käyttää Palmgren-Minerin sääntöä. Palmgren-Minerin säännön mukaan väsyttävän kuormituksen aiheuttama rakenneosan vaurioituminen kuvataan väsyttävän kuormituksen vauriolla D_f, joka määritellään lausekkeella

$$D_f = \sum_{i=1}^{l}\frac{n_i}{N_{f,i}}. \quad (27)$$

Lausekkeessa (27) n_i on tietyllä kuormitusamplitudilla tapahtuvien kuormitussyklien lukumäärä ja $N_{f,i}$ kyseistä kuormitusamplitudia vastaava väsymiskestoikä kuormitussykleinä. Palmgren-Minerin säännön mukaan väsymisvaurion oletetaan tapahtuvan vaurion D_f saavuttaessa arvon yksi. (Milella 2013, s. 418–420)

Palmgren-Minerin säännön haittapuolena pidetään sen periaatetta jättää huomioimatta kuormitusamplitudeiltaan erisuuruisten kuormitussyklien keskinäinen esiintymisjärjestys, joka käytännössä vaikuttaa väsymiskestoikään. Väsymiskokeiden mukaan käyttöiän alussa esiintyvät suuret kuormitusamplitudit saavat aikaan suuremman materiaalivaurion käyttöiän lopussa kuin samat suuret kuormitusamplitudit, jotka esiintyvät lähellä käyttöiän loppua. Käyttöiän alussa esiintyvät suuret kuormitusamplitudit saavat materiaalissa aikaan alkusäröjä, jotka kasvavat myös myöhemmin esiintyvien pienempiamplitudisten kuormitussyklien vaikutuksesta. Mikäli pieniamplitudiset kuormitussyklit esiintyvät puolestaan heti käyttöiän alussa, eivät ne välttämättä saa materiaaliin aikaan lainkaan väsymissäröä, jolloin varsinaiset väsymissäröt syntyvät vasta käyttöiän loppuvaiheessa suuriamplitudisten kuormitussyklien vaikutuksesta, eivätkä syntyneet säröt enää juurikaan ehdi kasvaa ennen käyttöiän loppua. Lisäksi Palmgren-Minerin säännön haittapuolena on sen periaate arvioida kaikkien arvoltaan yhtäsuurien väsyttävien käyttöjakso-osuuksien $n_i/N_{f,i}$ vaurioittava vaikutus on yhtä suureksi väsyttävän kuormituksen amplitudista riippumatta, mikä ei vastaa käytännön havaintoja väsymisestä. Suuriamplitudisessa väsyttävässä kuormituksessa väsymissärön ydintyminen vaatii pienemmän osuuden väsymiskestoiästä kuin pieniamplitudisessa kuormituksessa, joten samat käyttöjakso-osuudet tuottavien kuormitusjaksojen todellinen materiaalia vaurioittava vaikutus voi täten olla erilainen. (Milella 2013, s. 420–421)

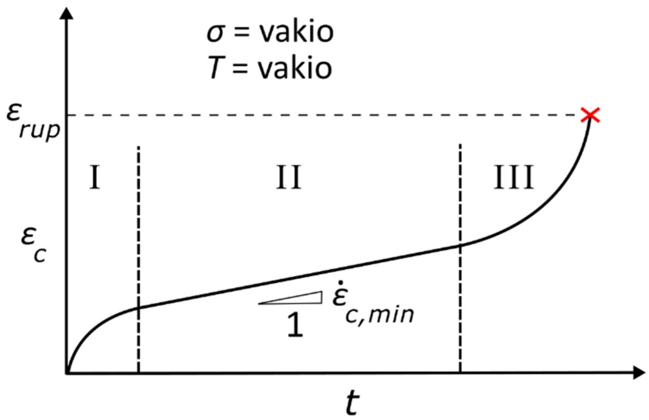
3.2 Viruminen ja relaksaatio

Tässä työssä virumisen ja relaksaation kuvaamiseen käytetty yleinen malli esitetään seuraavissa luvuissa. Luvussa 3.2.1 esitetään yleinen virumisen ja relaksaation kuvaamiseen käytettävä malli sekä virumisen muodonmuutosmekanismit, vauriomekanismit ja moniakselisessa jännitystilassa sekä hitsausliitoksissa esiintyvän virumisen erityispiirteet. Luvussa 3.2.2 esitetään virumisen laskennalliset analysointimenetelmät, joita tässä työssä sovelletaan.

3.2.1 Yleinen virumis- ja relaksaatiomalli

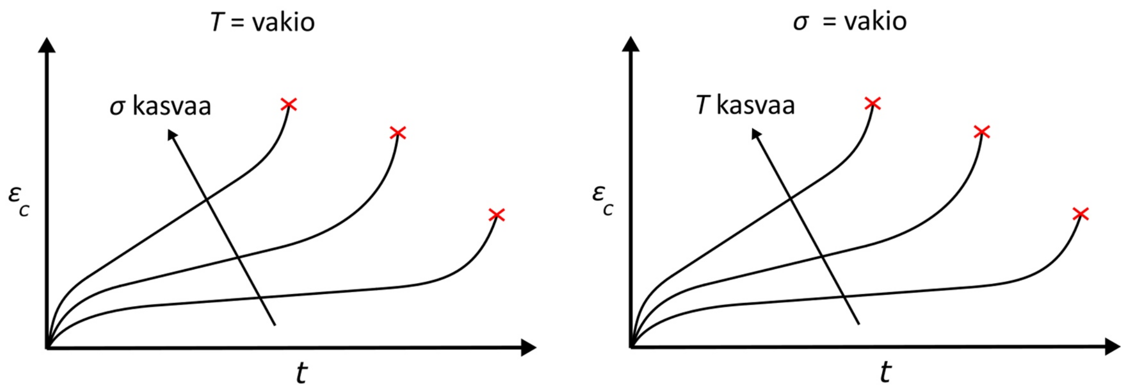
Virumisella tarkoitetaan korkeassa vakiolämpötilassa vakiojännityksellä kuormitetun materiaalin jatkuvaa ajasta riippuvaa plastista muodonmuutosta. Relaksaatio puolestaan tarkoittaa korkeassa vakiolämpötilassa vakiovenymällä kuormitetun materiaalin ajasta riippuvaa jännitystason alenemista ilman ulkoisen venymän pienenemistä, mikä aiheutuu myös materiaalin ajasta riippuvasta plastisesta muodonmuutoksesta. Materiaalin myötämisestä poiketen virumisessa ja relaksaatiossa materiaaliin syntyy plastista muodonmuutosta materiaalin myötöjännitystä alhaisemmalla jännitystasolla. Tavanomaisesti virumista ja relaksaatiota ilmenee materiaalissa silloin, kun materiaalia kuormitetaan lämpötilassa, joka on materiaalista riippuen vähintään 20–30 % materiaalin sulamislämpötilasta absoluuttisella lämpötila-asteikolla. Metallurgisesta näkökulmasta viruminen ja relaksaatio ovat materiaalin mikrorakenteen uudelleenjärjestymistä dislokaatioliikkeen, mikrorakenteen vanhenemisen ja materiaalin raerajoille syntyvien onkaloiden vaikutuksesta. (Altenbach & Naumenko 2007, s. 1–2, 46)

Tyypillinen materiaalille 1-akselisessa virumiskokeessa vakiovetojännityksellä σ ja vakiolämpötilassa T määritettävä virumiskuvaaja, jossa on esitetty koekappaleen virumisvenymä ε_c virumisajan t funktiona lämpötilassa, joka on 30–50 % materiaalin sulamislämpötilasta absoluuttisella lämpötila-asteikolla, on esitetty kuvassa 3.8. Kuvan mukaisesti virumismuodonmuutos jaetaan virumiskestoiän aikana kolmeen vaiheeseen, jotka ovat virumisen primääri-, sekundääri- ja tertiäärivaihe. Virumisen primäärivaiheen aikana virumiselle altistuva materiaali lujittuu muokkauslujittumisen vaikutuksesta, jolloin materiaalin virumiskestävyys paranee ja virumisnopeus pienenee kuvan mukaisesti. Virumisen sekundäärivaiheessa kuvan 3.8 virumiskuvaajan kulmakertoimena oleva vähimmäisvirumisnopeus $\dot{\varepsilon}_{c,min}$ on vakio, sillä materiaalin kiderakenteessa vallitsee tasapaino materiaalin muokkauslujittumisen ja muokkauslujittuneesta tilasta palautumisen välillä. Kestoajaltaan virumisen sekundäärivaihe on usein virumisen vaiheista selkeästi pisin. Virumisen viimeisessä vaiheessa eli tertiäärivaiheessa virumisnopeus kasvaa merkittävästi ja lopulta materiaali murtuu virumismurtovenymän arvolla ε_{rup}. Virumisen tertiäärivaiheessa virumisnopeus kasvaa, sillä materiaali vaurioituu siihen syntyvien säröjen, huokosten ja onkaloiden sekä raerajojen erkaantumisen vuoksi. (Callister & Rethwisch 2011, s. 265, 266)



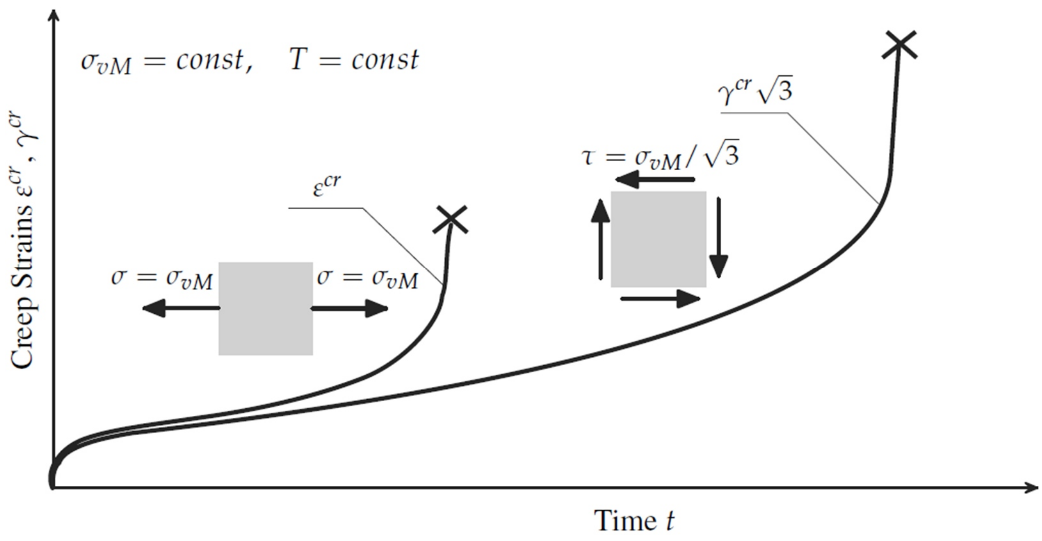
Kuva 3.8. *Virumisen primääri- (I), sekundääri- (II) ja tertiäärivaiheeseen (III) jaettu virumismuodonmuutoksen ε_c kuvaaja vakiojännityksellä σ ja vakiolämpötilassa T virumisajan t funktiona. Virumismurtovenymää on merkitty symbolilla ε_{rup}. (mukaillen Altenbach & Naumenko 2007, s. 2).*

Materiaalin virumiskäyttäytymiseen vaikuttavat merkittävästi virumisjännitys ja virumislämpötila. Vakiolämpötilassa T tapahtuvassa virumisessa virumisnopeus kasvaa merkittävästi virumisjännityksen σ kasvaessa kuvan 3.9 vasemmanpuoleisen kuvaajan mukaisesti. Lisäksi materiaalin virumismurtoaika laskee merkittävästi virumisjännityksen kasvaessa. Vastaavasti vakiojännityksellä tapahtuvassa virumisessa virumislämpötilan kasvu kasvattaa virumisnopeutta ja lyhentää huomattavasti materiaalin virumismurtoaikaa kuvan 3.9 oikeanpuoleisen kuvaajan mukaisesti. Materiaalin virumismurtovenymän arvo on myös tyypillisesti kääntäen verrannollinen materiaalin virumismurtoaikaan kuvan 3.9 mukaisesti. (Altenbach & Naumenko 2007, s. 45; Callister & Rethwisch 2011, s. 266, 267)



Kuva 3.9. *Havainnekuva virumismuodonmuutoksesta ε_c ajan t funktiona, kun lämpötila T on vakio ja virumisjännitys σ kasvaa (vasemmalla) ja kun virumisjännitys σ on vakio ja lämpötila T kasvaa (oikealla) (mukaillen Altenbach & Naumenko 2007, s. 3).*

Useilla konstruktiomateriaaleilla primääri- ja sekundäärivaiheen virumiskäyttäytyminen on lähes riippumatonta materiaalin jännitystilasta, joten primääri- ja sekundäärivaiheen virumista moniakselisen jännitystilan tapauksessa mallinnettaessa tehollista von Mises -jännitystä voidaan käyttää perustellusti virumisjännitystä kuvaavana suureena (Altenbach & Naumenko 2007, s. 7, 9, 10). Tertiäärivaiheen virumiseen ja hyvin pitkien virumisaikojen virumistuloksiin materiaalin jännitystilalla on kuitenkin merkittävä vaikutus. Esimerkiksi austeniittisilla teräksillä ja kuparilla sekä virumismurtoaika että virumismurtovenymä vakiona pysyvällä tehollisella von Mises -jännityksellä tehdyissä virumiskokeissa ovat huomattavasti alhaisemmat puhtaan yksiakselisen vetojännitystilan tapauksessa puhtaassa tasoleikkausjännitystilassa esiintyviin arvoihin verrattuna. Jännitystilan vaikutusta virumismurtoaikaan ja virumismurtovenymään on havainnollistettu vakiona pysyvällä tehollisella von Mises -jännityksellä ja vakiolämpötilassa tehdyissä virumiskokeissa kuvassa 3.10. Kuvan mukaisesti jännitystilan vaikutus virumisnopeuteen ilmenee havaittavasti vasta, kun merkittävä vaurionkasvu virumisen tertiäärivaiheessa alkaa. Vetojännitystilassa kuitenkin sekä virumismurtoaika että virumismurtovenymä ovat selkeästi puhtaassa tasoleikkausjännitystilassa esiintyviä arvoja alhaisemmat vetojännitystilassa huomattavasti tasoleikkausjännitystilaa aikaisemmin alkavan tertiäärivaiheen virumisen vuoksi. (Altenbach & Naumenko 2007, s. 9, 10) Tutkittaessa jännitystilan vaikutusta virumiseen on myös kokeellisesti havaittu virumisnopeuden vetojännitystilassa olevan merkittävästi jännitystasoltaan yhtä suuressa puristusjännitystilassa esiintyvää virumisnopeutta suurempi (Altenbach & Naumenko 2007, s. 11), joten hyvin formuloidussa virumismallissa virumisnopeuden tulisikin olla riippuvainen useammista jännitysinvarianteista kuin pelkästä käytettävän tehollisen jännityksen arvosta.



Kuva 3.10. *Jännitystilan vaikutus virumismurtoaikaan ja virumismurtovenymään vakiolämpötilassa tehdyissä virumiskokeissa, joissa tehollinen von Mises -jännitys on vakio (Altenbach & Naumenko 2007, s. 10).*

Materiaalin virumissitkeyteen, jota voidaan mitata ekvivalentilla virumismurtovenymällä, vaikuttaa huomattavasti myös materiaalin jännitystilan moniakselisuus. Moniakselisessa jännitystilassa materiaalin virumismurtovenymä voi poiketa huomattavasti yksiakselisessa virumiskokeessa määritetystä virumismurtovenymästä, joten moniakselisen jännitystilan vaikutus virumiseen on oleellista huomioida virumista analysoitaessa. (Spindler 2004, s. 273–276) Materiaalin virumissitkeyden analysointiin moniakselisessa jännitystilassa vaikuttaa olennaisesti esiintyvä vaurionkasvumekanismi, joka voi olla myös useampien vaurionkasvumekanismien yhdistelmä (Spindler 2004, s. 275, 276), mutta tässä yhteydessä tarkastelu on rajattu vain yhden vaurionkasvumekanismin huomioiviin moniakselisen jännitystilan virumismurtovenymän estimointimalleihin, sillä ne ovat suhteellisen yksinkertaisia käyttää ja niiden tarvitsemat parametrit ovat määritettävissä ilman erityisiä materiaalikokeita.

Virumissitkeyden laskennalliseen määrittämiseen on esitetty useita malleja (Spindler 2004, s. 275, 276), jotka määrittelevät moniakselisessa jännitystilassa esiintyvän ekvivalentin von Mises -virumismurtovenymän jännitystilan kolmiaksiaalisuussuhteen $\sigma_h/\bar{\sigma}$ funktiona. Moniakselisen virumisen sitkeysmalliksi Manjoine (1982, s. 51; Spindler 2004, s. 275) on esittänyt hiiliteräksillä, alumiineilla ja messingillä tehtyjen materiaalikokeiden perusteella lauseketta

$$\bar{\varepsilon}_{rup} = \varepsilon_{rup} \cdot 2^{1-3\frac{\sigma_h}{\bar{\sigma}}}, \tag{28}$$

jossa ekvivalentti von Mises -virumismurtovenymä $\bar{\varepsilon}_{rup}$ määritetään vastaavassa lämpötilassa ja vastaavalla jännitystasolla esiintyvän yksiakselisen virumismurtovenymän ε_{rup} ja kolmiaksiaalisuussuhteen perusteella. Rice ja Tracey (1969; Spindler 2004, s. 275) puolestaan ovat esittäneet kontinuumimekaniikan keinoin määritellyksi moniakselisen virumisen sitkeysmalliksi tilanteessa, jossa materiaaliin syntyvien onkaloiden kasvu aiheutuu plastisesta muodonmuutoksesta, lauseketta

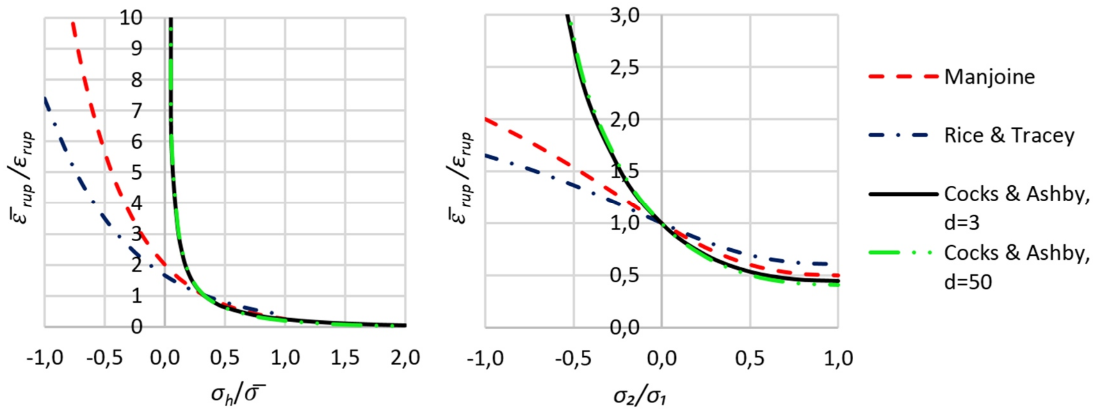
$$\bar{\varepsilon}_{rup} = \varepsilon_{rup} \cdot e^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\frac{\sigma_h}{\bar{\sigma}}}. \tag{29}$$

Cocks ja Ashby (1980; Spindler 2004, s. 275) ovat lisäksi esittäneet moniakselisen virumisen sitkeysmalliksi tilanteessa, jossa raerajoille syntyvät virumisonkalot muodostuvat dislokaatiovirumisen vaikutuksesta, lauseketta

$$\bar{\varepsilon}_{rup} = \varepsilon_{rup} \cdot \sinh\left[\frac{2(d-\frac{1}{2})}{3(d+\frac{1}{2})}\right] \Big/ \sinh\left[\frac{2(d-\frac{1}{2})\sigma_h}{(d+\frac{1}{2})\bar{\sigma}}\right], \tag{30}$$

jossa d on Cocksin ja Ashbyn esittämän vähimmäisvirumisnopeuden lausekkeen normeeratun jännityksen eksponetti.

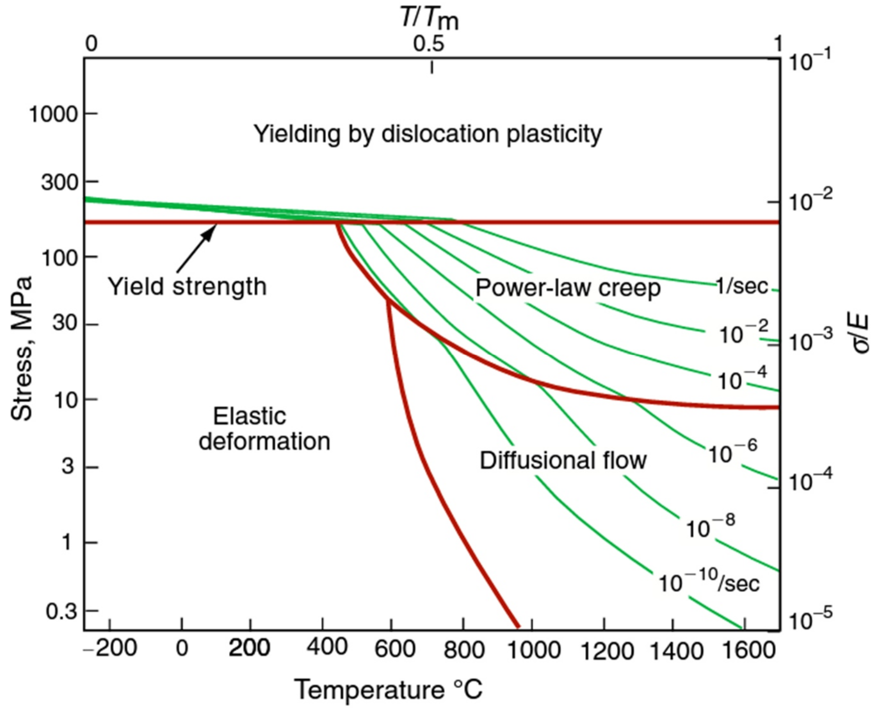
Esitettyjen moniakselisen virumisen sitkeysmallien mukaiset ekvivalentin virumismurtovenymän ja yksiakselisen virumismurtovenymän suhteet $\bar{\varepsilon}_{rup}/\varepsilon_{rup}$ on esitetty kuvassa 3.11 kolmiaksiaalisuussuhteen ja tasojännitystilan pääjännityssuhteen σ_2/σ_1 funktiona. Kuvan mukaisesti materiaalin virumissitkeys vähenee kolmiaksiaalisuussuhteen kasvaessa ja tasojännitystilan pääjännityssuhteen σ_2/σ_1 kasvaessa. Kaikki esitetyt mallit kuvaavat materiaalin virumissitkeyden melko samankaltaisesti yli arvon 0,3 olevilla kolmiaksiaalisuussuhteen ja positiivisilla tasojännitystilan pääjännityssuhteen σ_2/σ_1 arvoilla. Kuitenkin muista malleista poiketen Cocksin ja Ashbyn mallin mukaan materiaalin sitkeys lähestyy ääretöntä kolmiaksiaalisuussuhteen lähestyessä nollaa positiiviselta puolelta, joten mallia voidaan pitää täten epärealistisena pienillä kolmiaksiaalisuussuhteen arvoilla. Cocksin ja Ashbyn mallia ei myöskään ole määritelty negatiivisilla kolmiaksiaalisuussuhteen arvoilla, sillä malli tuottaa negatiivisia ekvivalentteja virumismurtovenymiä negatiivisilla kolmiaksiaalisuussuhteen arvoilla. Kaikki esitetyt kolme mallia tuottavat huomattavasti toisistaan eroavia tuloksia alle arvon 0,3 olevilla kolmiaksiaalisuussuhteen arvoilla ja negatiivisilla tasojännitystilan pääjännityssuhteen σ_2/σ_1 arvoilla ja todellista tutkittavaa materiaalia parhaiten kuvaava malli tulee valita tapauskohtaisesti materiaalikohtaisten virumiskokeiden tulosten perusteella (Spindler 2004, s. 276). Kuvasta 3.11 havaitaan myös, että Cocksin ja Ashbyn malli ei ole erityisen herkkä virumisen jännityseksponentin d muutoksille, jolloin virumismallin parametreja virumiskokeiden tulosten perusteella määritettäessä virumismallin eksponentin d pieni sovitusvirhe ei vaikuta olennaisesti sitkeysmallilla saataviin tuloksiin.



Kuva 3.11. *Ekvivalentin virumismurtovenymän $\bar{\varepsilon}_{rup}$ ja yksiakselisen virumismurtovenymän ε_{rup} suhde kolmiaksiaalisuussuhteen $\sigma_h/\bar{\sigma}$ funktiona (vasemmalla) ja tasojännitystilan pääjännityssuhteen σ_2/σ_1 funktiona (oikealla) eri sitkeysmallien (28)–(30) mukaan.*

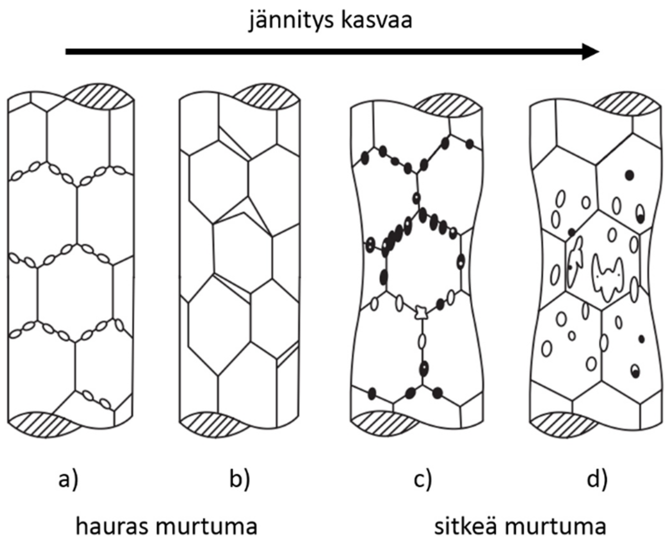
Virumista tarkastellaan tämän diplomityön yhteydessä tarkemmin mikrorakennetasolla vain virumisen sekundääri- ja tertiäärivaiheissa, sillä niiden merkitys virumisessa on käytännön rakenteissa huomattavasti primäärivaihetta suurempi. Virumisen sekundäärivaiheessa syntyvän muodonmuutoksen syntymekanismi määräytyy merkittävimmin materiaalin virumisjännityksen ja -lämpötilan perusteella, jotka määrittelevät virumisnopeuden. Virumismuodonmuutos voi tapahtua kahdella eri muodonmuutosmekanismilla, jotka ovat diffuusioviruminen (engl. diffusion creep) ja dislokaatioviruminen (engl. dislocation creep tai power-law creep). Diffuusiovirumisessa virumismuodonmuutos syntyy materiaalin kiderakenteessa olevien atomien ja tyhjien atomipaikkojen eli vakanssien keskinäisen liikkeen seurauksena. Diffuusioviruminen tapahtuu materiaalin raerajoilla, sillä siihen tarvittavia vakansseja on raerajoilla runsaasti. Diffuusiovirumisessa atomit siirtyvät yksiakselisen virumiskokeen tapauksessa raerajojen vakansseja pitkin vetosuuntaa vastaan kohtisuorasta suunnasta vetosuunnan suuntaan, jolloin vetokoesauva pitenee ja ohenee virumisen vaikutuksesta. Koska materiaalin muodonmuutos atomien diffuusiolla on varsin hidasta, on virumisnopeus diffuusiovirumisessa hyvin alhainen ja diffuusiovirumista ilmenee vain suhteellisen matalilla jännitystasoilla, joilla virumismurtoaika muodostuu pitkäksi. (Ashby et al. 2010, s. 287–290)

Virumisen sekundäärivaiheessa esiintyvä dislokaatioviruminen sen sijaan syntyy, kun atomien diffuusio vapauttaa normaalisti kiderakenteeseen lujasti kiinnittyneitä dislokaatioita liikkumaan, mikä aikaansaa materiaalin plastisen muodonmuutoksen. Koska dislokaatioviruminen syntyy raekokoon suhteutettuna isohkojen dislokaatioiden liikkeestä, sitä esiintyy diffuusiovirumisesta poiketen koko materiaalin perusaineessa eikä ainoastaan raerajoilla. Materiaalin virumismuodonmuutos dislokaatioliikkeen vaikutuksesta on huomattavasti nopeampaa kuin diffuusion aikaansaama muodonmuutos, joten virumisnopeudet dislokaatiovirumisessa ovat diffuusiovirumista suuremmat ja dislokaatiovirumista ilmenee diffuusiovirumista suuremmilla jännitystasoilla. Matalilla jännitystasoilla viruminen on pääasiassa diffuusiovirumista, sillä dislokaatioviruminen vaatii diffuusiovirumista suuremman aktivaatioenergian, minkä vuoksi dislokaatiovirumista esiintyy diffuusiovirumista suuremmilla jännitystasoilla. (Ashby et al. 2010, s. 288–290) Virumisen sekundäärivaiheen muodonmuutosmekanismit eräässä esimerkkitapauksessa eri normeeratun jännityksen σ/E arvoilla sulamispisteeseen T_m suhteutetun homologisen lämpötilan T/T_m funktiona on esitetty kuvassa 3.12.



Kuva 3.12. *Virumisen sekundäärivaiheen muodonmuutosmekanismien määräytyminen virumisjännityksen ja lämpötilan perusteella esimerkkitapauksessa. Vihreät käyrät esittävät esimerkkitapauksessa vähimmäisvirumisnopeuksia. (Ashby et al. 2010, s. 290)*

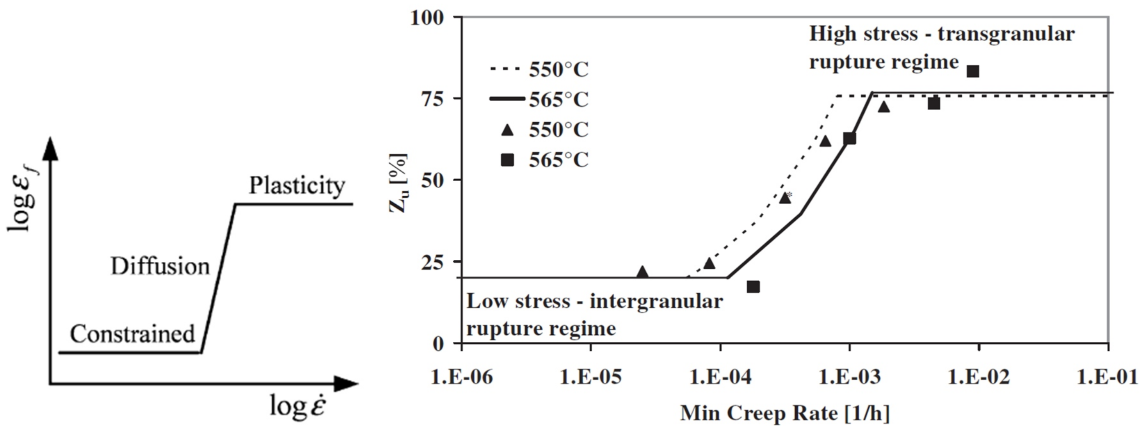
Varsinaisen virumisen tertiäärivaiheessa syntyvän virumisvaurion tyyppi riippuu olennaisesti virumislämpötilasta ja -jännityksestä, jotka määrittelevät materiaalin virumisnopeuden ja virumismurtoajan. Materiaalin altistuessa virumiselle matalalla jännitystasolla ja melko matalassa lämpötilassa virumisvaurio syntyy kuvan 3.13 kuvannon a mukaisten pienten onkaloiden muodostuessa pitkän virumisajan kuluessa materiaalin raerajoille, mikä vähentää materiaalin kuormaakantavaa poikkipinta-alaa ja aiheuttaa lopulta materiaalin murtumisen hauraasti. Virumisen jännitystason hieman kasvaessa materiaalin virumisvaurion tyyppi muuttuu kuvan 3.13 kuvannon b mukaiseksi, jolloin materiaalin raerajoille syntyy pitkän ajan kuluessa syntyvän virumismuodonmuutoksen vaikutuksesta isohkoja kiilamaisia materiaalia heikentäviä onkaloita, jotka riittävän suureksi kasvaessaan aiheuttavat myös materiaalin hauraan murtumisen. Suuremmalla virumisjännityksellä ja korkeammassa virumislämpötilassa virumismurtuma syntyy verrattain lyhyessä ajassa kuvan 3.13 kuvannon c mukaisesti, jolloin sitkeä virumismurtuma syntyy raerajoille syntyvien pienten onkaloiden vaikutuksesta. Hyvin suurella jännitystasolla ja korkeassa lämpötilassa tapahtuvassa virumisessa materiaali puolestaan vaurioituu hyvin lyhyessä virumisajassa kuvan 3.13 kuvannon d mukaisesti, jolloin materiaalin raerakenteen rakeiden sisälle muodostuu virumisen vaikutuksesta pieniä onkaloita, jotka aiheuttavat materiaalin sitkeän murtuman. Suurella jännitystasolla tapahtuva materiaalin virumisvaurio vastaakin hyvin pitkälti sitkeän materiaalin vauriota kylmän lämpötilan plastisessa muodonmuutoksessa, sillä vaurio syntyy materiaalin rakeiden sisälle. Materiaalin sitkeässä virumismurtumassa siihen syntyy myös kuvan 3.13 kuvantojen c ja d mukaisesti kurouma ennen materiaalin murtumista. Kokonaisuudessaan virumisvaurion tyyppi siis muuttuu virumismurtoajan kasvaessa sitkeästä hauraaksi, jolloin myös vaurion syntymekanismi muuttuu. Virumisvauriosta on myös oleellista huomata, että se muodostuu materiaaliin anisotrooppisesti, jolloin vaikutussuunnaltaan ja suuruudeltaan vakiona pysyvä virumisjännitys aiheuttaa materiaalin virumisvaurion nopeammin kuin vastaavansuuruinen jännitys, jonka suunta vaihtelee merkittävästi materiaalin käyttöiän aikana. (François et al. 2013, s. 407–410; Manson & Halford 2009, s. 22, 23)



Kuva 3.13. *Vaurioitumismekanismeja virumisessa hauraassa murtumisessa (a ja b) ja sitkeässä murtumisessa (c ja d) (mukaillen Manson & Halford 2009, s. 22).*

Edellä esitetysti materiaalin virumissitkeyteen vaikuttavat olennaisesti pääasiassa jännityksestä ja lämpötilasta määräytyvä virumisnopeus ja sen perusteella määräytyvä virumisen vaurionkasvumekanismin tyyppi. Kuvan 3.14 vasemman kuvannon mukaisesti alhaisilla virumisnopeuksilla vaurionkasvumekanismi on rajoitettu onkaloiden kasvu raerajoilla. Rajoitettu onkaloiden kasvu raerajoilla syntyy, kun raerajojen pienten onkaloiden kasvunopeus saavuttaa ympäröivän materiaalin muodonmuutosnopeuden, joka alkaa rajoittaa niiden kasvunopeutta. Alhaisilla virumisnopeuksilla virumismurtovenymä on suhteellisen pieni ja materiaali murtuu hauraasti raerajoja pitkin. Virumisnopeuden kasvaessa lämpötilan tai jännityksen kasvun vaikutuksesta virumisen vaurionkasvu tapahtuu diffuusion vaikutuksesta, jolloin materiaalin raerajoille ja rakeiden sisälle syntyvät onkalot kasvavat diffuusiolla onkaloiden reunojen atomien siirtyessä vakansseja pitkin kauemmaksi onkalon keskipisteestä. Diffuusion vaihtuessa vallitsevaksi vaurionkasvumekanismiksi myös materiaalin virumissitkeys kasvaa kuvan 3.14

vasemman kuvannon mukaisesti merkittävästi ja virumismurtuma tapahtuu raerajoilla ja rakeen sisällä syntyvien murtumien yhteisvaikutuksesta. Hyvin suurilla virumisnopeuksilla materiaalin onkaloiden kasvu tapahtuu onkaloa ympäröivän materiaalin plastisen muodonmuutoksen vaikutuksesta, jolloin syntyvät varsin suuret onkalot esiintyvät tyypillisesti rakeiden sisällä aiheuttaen materiaalin murtumisen rakeiden läpi. Plastisen muodonmuutoksen aikaansaaman onkaloiden kasvun ollessa määräävä vaurionkasvumekanismi on materiaalin virumissitkeys kuvan 3.14 vasemman kuvannon mukaisesti hyvin suuri. (Binda et al. 2010, s. 319, 320; Yao et al. 2007, s. 1972–1976; François et al. 2013, s. 407–410) Kuumalujan teräksen 1CrMoV virumismurtokurouma vähimmäisvirumisnopeuden funktiona on esitetty kuvan 3.14 oikeanpuoleisessa kuvannossa, josta havaitaan selkeästi materiaalin sitkeyttä kuvaavan murtokurouman hyvin suuri muutos vähimmäisvirumisnopeuden ja virumisvauriomekanismin muuttuessa.



Kuva 3.14. *Vasemmalla virumismurtovenymä virumisnopeuden funktiona ja eri virumisnopeuksilla esiintyvät vaurionkasvumekanismit (Yao et al. 2007, s. 1976). Oikealla kuumalujan teräksen 1CrMoV virumismurtokurouma vähimmäisvirumisnopeuden funktiona (Binda et al. 2010, s. 320).*

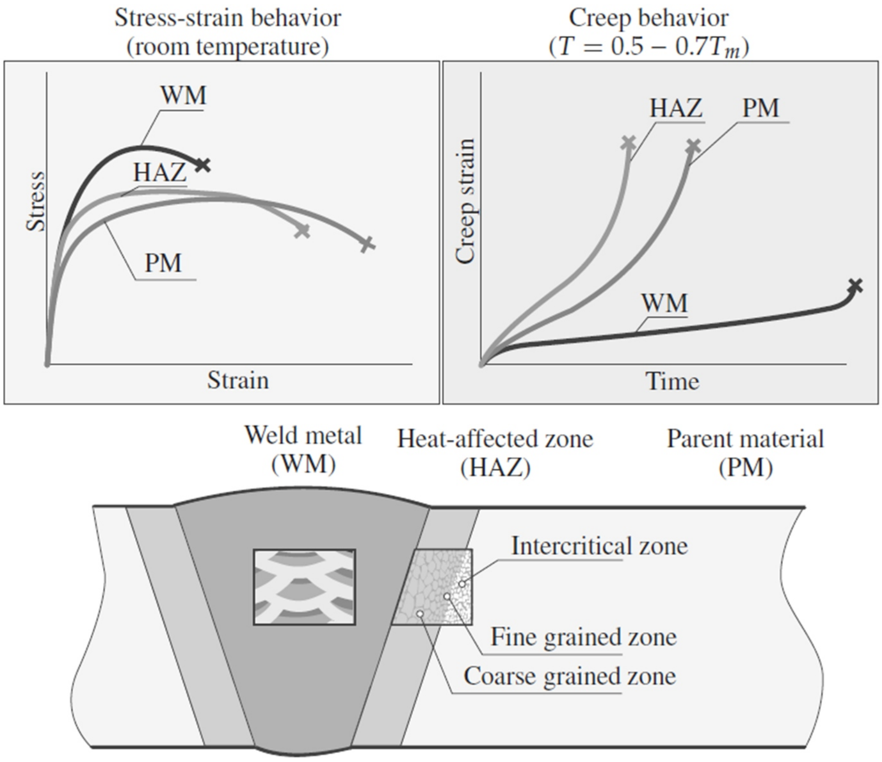
Käytännön konstruktiomateriaaleilta vaadittavat virumismurtoajat ovat usein hyvin pitkiä, jopa kymmeniä vuosia, jolloin virumisen analysoinnissa olennaisessa osassa on myös pitkien virumismurtoaikojen estimointi huomattavasti lyhyempikestoisten virumiskokeiden perusteella. Yleinen virumismurtoaikojen estimointiin käytetty suure on Larson-Miller-parametri P_{LM}, joka määritellään lausekkeella

$$P_{LM} = T\left(C_{LM} + \log_{10}\left[t_{rup}\right]\right), \tag{31}$$

jossa T on lämpötila, C_{LM} virumiskokeiden perusteella määritettävä jännitystasosta ja lämpötilasta riippumaton vakio ja t_{rup} virumismurtoaika. Tekemällä useita virumiskokeita eri jännitystasoilla siten, että jokaisella jännitystasolla virumiskokeita tehdään useissa lämpötiloissa, voidaan tulosten perusteella lausekkeen (31) mukaan määrittää jännitystasosta riippuva Larson-Miller-parametrin arvo sekä jännitystasosta ja lämpötilasta riippumaton vakio C_{LM}. Tekemällä materiaalien normaaleissa käyttölämpötiloissa ja normaaleilla käyttöjännityksillä pitkään virumismurtoaikaan johtavat virumiskokeet korotetussa lämpötilassa, voidaan saatujen lyhyehköjen virumismurtoaikojen avulla määrittää samaa jännitystasoa vastaava virumismurtoaika todellisessa materiaalin alhaisemmassa käyttölämpötilassa Larson-Miller-lausekkeen avulla. (Callister & Rethwisch 2011, s. 268, 269) Larson-Miller-lausekkeen haittapuolena on kuitenkin se, että lauseke toimii riittävän tarkasti vain arvioitaessa virumismurtoaikoja tilanteissa, joissa virumisen muodonmuutos- ja vaurioitumismekanismi pysyvät samoina, sillä muodonmuutos- ja vaurioitumismekanismien muuttuminen muuttaa myös Larson-Miller-parametrin ja vakion C_{LM} arvoja (Kassner 2009, s. 225).

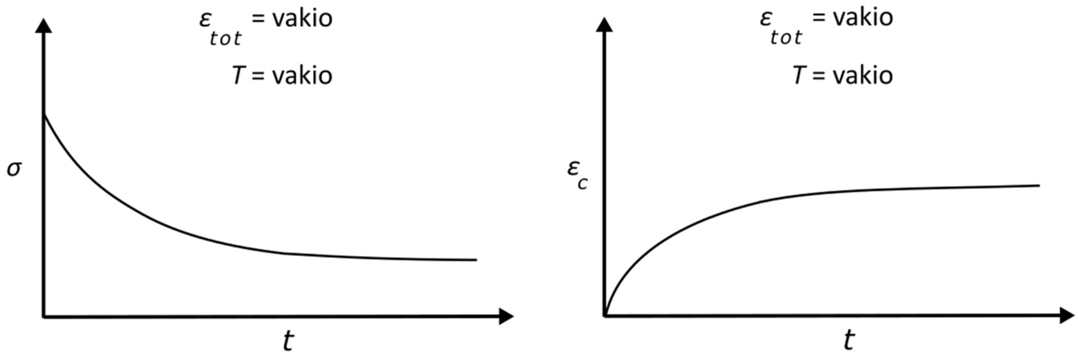
Useat paineastiat kuten tässä diplomityössä tarkasteltavat voimalaitoskattilan tulistimet valmistetaan hitsaamalla, jolloin rakenteen kestoikään virumiselle altistavissa lämpötiloissa vaikuttavat rakenneosien perusaineiden virumisominaisuuksien lisäksi tehtyjen hitsausliitosten virumisominaisuudet. Yleisesti hitsatun virumiselle altistuvan rakenneosan kestoikä määräytyykin nimenomaan hitsausliitosten virumiskestoiän mukaan, jolloin hitsien virumisen tarkastelu on oleellista rakenteiden suunnittelussa. Kokonaisuudessaan tyypillisen paineastian monipalkohitsauksella tehdyn hitsausliitokseen virumisominaisuudet riippuvat lukuisista hitsaukseen ja hitsauksen jälkeisiin lämpökäsittelyihin liittyvistä tekijöistä, mutta hitsausliitoksen virumisominaisuuksista voidaan tehdä muutamia yleisiä havaintoja. (Altenbach & Naumenko 2007, s. 92–94)

Rakenteen hitsi muodostaa materiaalin mikrorakenteeseen kuvan 3.15 mukaisesti merkittävästi toisistaan metallurgisesti eroavia vyöhykkeitä, jotka aiheuttavat muutoksia materiaalin virumisominaisuuksiin. Hitsausliitoksessa esiintyvät vyöhykkeet voidaan jakaa perusaineeseen, hitsauslisäaineeseen ja niiden välissä esiintyvään lämpövaikutusvyöhykkeeseen (engl. heat-affected zone, HAZ). Kun tarkastellaan hitsivyöhykkeiden mekaanisia ominaisuuksia, havaitaan kuvan 3.15 mukaisesti hitsauslisäaineen olevan hieman lujempaa ja jonkin verran hauraampaa kuin perusaine ja hitsin lämpövaikutusvyöhykkeelle muodostuva perusaineen ja hitsauslisäaineen sekoitus. Ero eri vyöhykkeiden virumiskestävyydessä on kuitenkin yksiakselisissa virumiskokeissa huomattava, sillä kuvan 3.15 mukaisesti hitsin lämpövaikutusvyöhykkeen virumismurtoaika vakiojännityksellä ja vakiolämpötilassa tehdyssä virumiskokeessa on selkeästi lyhyempi kuin perusaineen tai hitsauslisäaineen virumismurtoajat. Hitsauslisäaineen virumismurtoaika puolestaan on hyvin pitkä ja selkeästi pidempi kuin perusaineen virumismurtoaika. Toisaalta taas hitsauslisäaineen virumismurtovenymä on varsin alhainen perusaineeseen ja lämpövaikutusvyöhykkeeseen verrattuna, jolloin hitsauslisäaine on liitoksen haurain komponentti. Kokonaisuudessaan hitsausliitoksen heikoin virumiskestävyys on hitsin lämpövaikutusvyöhykkeellä, jolla virumiskokeiden mukaisesti sekä virumismurtoaika on hitsausliitoksen vyöhykkeistä lyhin että virumisnopeus suurin. Lämpövaikutusvyöhykettä tarkemmin tarkasteltaessa havaitaan siinä tapahtuvan myös kuvan 3.15 mukaisia merkittäviä materiaalin raekoon muutoksia, joiden vaikutuksesta materiaalin raerakenne muuttuu perusaineen lähistöllä esiintyvästä hienorakeisesta lämpövaikutusvyöhykkeen hitsauslisäaineen puoleiseen karkearakeiseen raerakenteeseen. Lämpövaikutusvyöhykkeen virumisominaisuuksia tarkemmin tarkasteltaessa on myös havaittu virumiskestoiältään heikoimman lämpövaikutusvyöhykkeen kohdan olevan hitsin perusaineen puolella aivan lämpövaikutusvyöhykkeen reunalla esiintyvä välikriittinen vyöhyke. (Altenbach & Naumenko 2007, s. 92, 93)



Kuva 3.15. *Virumisen ominaispiirteitä hitsausliitoksessa (Altenbach & Naumenko 2007, s. 93).*

Materiaalin muodonmuutoskäyttäytymisen kannalta relaksaatio on virumisen kaltainen ajasta riippuva ilmiö, jossa vakiovenymällä ja vakiolämpötilassa kuormitetun materiaalin jännitystaso laskee ajan funktiona. Relaksaatiossa materiaalin jännitystaso laskee kuormitusajan funktiona, koska materiaalin syntyy virumismuodonmuutokseen verrattavissa olevaa plastista muodonmuutosta, jonka seurauksena jännitykset laskevat ilman kokonaisvenymän pienenemistä. (Altenbach & Naumenko 2007, s. 3, 4) Kuvan 3.16 vasemmassa kuvannossa on esitetty jännitystason aleneminen relaksaatiossa, ja kuvasta havaitaan jännitystason laskunopeuden olevan suurin heti relaksaatioajan alussa. Jännitystason laskunopeus pienenee huomattavasti relaksaatioajan kuluessa ja jännitystaso lähestyy relaksaatioajan kuluessa asymptoottisesti raja-arvoa, jota alemmalla jännitystasolla relaksaatiota ei enää merkittävästi tapahdu. Kuvan 3.16 oikeanpuoleisessa kuvannossa on esitetty vasemmanpuoleisen kuvannon tilannetta vastaavassa relaksaatiossa syntyvä virumisvenymä. Vastaavasti virumisvenymänopeus on suurin relaksaation alkuvaiheessa ja relaksaatioajan kuluessa virumisvenymä alkaa lähestyä asymptoottisesti raja-arvoa, jolla relaksoituneet jännitykset ovat niin alhaisia, etteivät ne saa aikaan merkittävää virumismuodonmuutosta. Kokonaisuudessaan relaksaatio on materiaalin mikrorakennetason ilmiöiden kannalta hyvin pitkälti virumista vastaava ilmiö, joten edellä virumisen yhteydessä esitettyä virumismuodonmuutos- ja virumisvaurioteoriaa voi soveltaa myös relaksaatiolle.



Kuva 3.16. *Jännitystason σ (vasemmalla) ja virumisvenymän ε_c (oikealla) kuvaajat ajan funktiona relaksaatiokokeessa, jossa kappaleen kokonaisvenymä ε_{tot} ja relaksaatiolämpötila T ovat vakioita (mukaillen Altenbach & Naumenko 2007, s. 4).*

3.2.2 Virumisen ja relaksaation laskennalliset analysointimenetelmät

Virumis- ja relaksaatiomuodonmuutoksen analysoinnissa tarkastelu kohdistetaan usein virumisen sekundäärivaiheeseen, jossa virumisnopeus on vakio, sillä virumisen sekundäärivaiheen osuus virumismurtoajasta on hyvin suuri (Kassner 2009, s. 11). Lisäksi virumista analysoitaessa voidaan usein virumisen primäärivaihe jättää huomioimatta, koska sen kesto virumisen sekundäärivaiheeseen verrattuna on lyhyt ja sen aikana syntynyt virumismuodonmuutos on vähäistä sekundäärivaiheen aikana syntyvään muodonmuutokseen verrattuna. Lisäksi jos virumisanalyysissa tavoitellaan vain virumismurtovenymiin suhteutettuna melko pienten virumisvenymien tarkastelua selkeästi virumismurtoaikaa lyhyemmällä virumisajalla, voidaan myös virumisen tertiäärivaihe jättää huomioimatta, mikäli voidaan olla varmoja, ettei viruminen rakenneosan käyttöaikana etene tertiäärivaiheeseen saakka. Tässä luvussa esitetään virumis- ja relaksaatiomuodonmuutoksen analysointiin soveltuvat laskentamenetelmät tilanteissa, joissa vain muodonmuutoksen sekundäärivaihetta analysoidaan. Lisäksi tässä luvussa esitetään lineaariseen materiaalin vaurioitumisteoriaan perustuvat virumis- ja relaksaatiovaurion analysointimenetelmät. Koska viruminen ja relaksaatio ovat muodonmuutos- ja vaurioitumisperiaatteiltaan hyvin lähellä toisiaan, käsitellään niitä kumpaakin tässä luvussa saman matemaattisen teorian perusteella.

Muodonmuutosta virumisen sekundäärivaiheen aikana voidaan mallintaa useiden eri virumisyhtälöiden avulla, joista kuitenkin varsin yleisesti käytössä olevia ovat Nortonin ja Garofalon virumisyhtälöt. Nortonin mallin mukaan ekvivalentti von Mises -virumisnopeus $\dot{\bar{\varepsilon}}_c$ määritellään yhtälöllä

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_c = a_N \bar{\sigma}^{n_N} \;, \tag{32}$$

jossa $\bar{\sigma}$ on tehollinen von Mises -jännitys ja a_N ja n_N Nortonin virumisyhtälön parametreja, jotka määritetään virumiskokeiden tulosten perusteella. Garofalon mallin mukaan ekvivalentti virumisnopeus puolestaan määritellään yhtälöllä

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_c = a_{GF}\left(\sinh\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_r}\right)^{n_{GF}}, \tag{33}$$

jossa a_{GF} ja n_{GF} ovat virumiskokeiden tulosten perusteella määritettäviä Garofalon virumisyhtälön parametreja ja σ_r Garofalon virumisyhtälössä käytettävä referenssijännitys. (Altenbach & Naumenko 2007, s. 45)

Virumisnopeuden lämpötilariippuvuus esitetään yleensä Arrheniuksen lain avulla, jolloin virumisnopeuden ja lämpötilan T yhteys määritellään lausekkeella

$$\dot{\varepsilon}_c \propto e^{-\frac{Q_c}{R_g T}}, \tag{34}$$

jossa Q_c on virumisen aktivaatioenergia ja R_g yleinen kaasuvakio (Altenbach & Naumenko 2007, s. 45). Virumisnopeuden lämpötilariippuvuus huomioimalla voidaan Nortonin ja Garofalon virumisyhtälöt (32) ja (33) esittää tehollisen von Mises -jännityksen ja lämpötilan funktiona muodossa

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_c = A_N \bar{\sigma}^{n_N} e^{-\frac{Q_c}{R_g T}}, \tag{35}$$

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_c = A_{GF}\left(\sinh\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_r}\right)^{n_{GF}} e^{-\frac{Q_c}{R_g T}}, \tag{36}$$

joissa A_N ja A_{GF} ovat Nortonin ja Garofalon virumisyhtälön kertoimet.

Virumisesta tai relaksaatiosta aiheutuvan vaurion arviointiin tilanteissa, joissa rakenneosaa käytetään käyttöikänsä aikana useissa eri lämpötiloissa tai kuormitetaan useilla eri jännitystasoilla, on olemassa vaihtoehtoisia menetelmiä. Yleisimmin käytössä olevat menetelmät perustuvat väsymisteorian yhteydessä esitettyä Palmgren-Minerin sääntöä muistuttaviin Robinsonin ja Liebermanin sääntöihin. (Bertini & Manfredi 1995, s. 3, 4; Kastl 1996, s. 22; Stewart 2013, s. 35) Robinsonin käyttöjakso-osuuksiin perustuvan säännön mukaan virumisesta aiheutuva vaurio D_c voidaan esittää virumisaikojen avulla muodossa

$$D_c = \sum_{i=1}^{m} \frac{t_i}{t_{rup,i}}, \tag{37}$$

jossa t_i on virumiskuormituksen kestoaika tietyllä jännityksellä ja tietyssä lämpötilassa ja $t_{rup,i}$ samaa jännitystä ja lämpötilaa vastaava virumismurtoaika. Mikäli virumiselle altistuvan materiaalin jännitys ja lämpötila vaihtelevat käyttöjaksojen aikana jatkuvasti virumisajan funktiona, voidaan virumisvaurio määrittää integraalilausekkeella

$$D_c = \sum_{i=1}^{m} \left(\int_{t_{i,1}}^{t_{i,2}} \frac{\mathrm{d}t}{t_{rup,i}} \right), \tag{38}$$

jossa $t_{rup,i}$ on lämpötilasta ja jännityksestä riippuva virumismurtoajan funktio käyttöjaksolla $t_{i,1}$–$t_{i,2}$ (Bertini & Manfredi 1995, s. 3, 4). Virumisvaurio oletetaan tapahtuvan, kun vaurion D_c arvo on yksi (Viswanathan 1989, s. 70).

Liebermanin venymäosuuksiin perustuvan säännön mukaan virumisesta aiheutuva vaurio voidaan puolestaan määrittää lausekkeella

$$D_c = \sum_{i=1}^{m} \frac{\varepsilon_{c,i}}{\varepsilon_{rup,i}}, \tag{39}$$

jossa $\varepsilon_{c,i}$ on tietyllä jännityksellä ja tietyssä lämpötilassa syntynyt yksiakselinen virumisvenymä ja $\varepsilon_{rup,i}$ on yksiakselinen virumismurtovenymä samalla jännityksellä ja samassa lämpötilassa. Jännityksen ja lämpötilan vaihdellessa jatkuvasti käyttöjakson aikana voidaan virumisvaurio määrittää integraalilausekkeella

$$D_c = \sum_{i=1}^{m} \left(\int_{t_{i,1}}^{t_{i,2}} \frac{\dot{\varepsilon}_{c,i}}{\varepsilon_{rup,i}} \mathrm{d}t \right), \tag{40}$$

jossa $\dot{\varepsilon}_{c,i}$ on lämpötilasta ja jännityksestä riippuva yksiakselisen virumisnopeuden funktio käyttöjaksolla $t_{i,1}$–$t_{i,2}$ ja $\varepsilon_{rup,i}$ lämpötilasta ja jännityksestä riippuva virumismurtovenymän funktio samalla käyttöjaksolla. (Stewart 2013, s. 35; Hales 1987, s. 258; Spindler 2008, s. 192)

Virumisvauriosäännöistä Robinsonin säännön haittapuolena pidetään sen taipumusta ennustaa virumiskestoikä epätarkasti tilanteissa, joissa materiaalin jännitystaso vaihtelee käyttöaikana. Toisaalta tilanteissa, joissa materiaalin lämpötila vaihtelee virumisaikana, Robinsonin sääntö tuottaa käytännön kokeita hyvin vastaavia tuloksia. (Viswanathan 1989, s. 71, 73) Virumiskokeessa, jossa sekä lämpötila että jännitys vaihtelivat virumisajan kuluessa, tuottivat sekä Robinsonin että Liebermanin sääntö likimain samoja tuloksia, mutta Liebermanin sääntö oli tarkempi (Viswanathan 1989, s. 71), joten kokonaisuudessaan kummankin virumisvauriosäännön soveltuvuus analysointimenetelmäksi riippuu suuresti tarkasteltavasta virumiskuormituksesta. Yleisesti Liebermanin säännön määritelmästä voidaan kuitenkin päätellä sen tuottavan huomattavan epäkonservatiivisia tuloksia todellisen virumisen ollessa tertiäärivaiheessa, mikäli virumismuodonmuutosta mallinnetaan tavanomaisesti vain sekundäärivaiheen virumisen perusteella. Tällöin laskennallinen virumisvenymä on todellisen virumisen tertiäärivaiheessa huomattavasti todellista virumisvenymää pienempi, mikä johtaa huomattavasti todellista pienempään virumisvaurion arvoon. Liebermanin sääntö soveltuu kuitenkin Robinsonin sääntöä huomattavasti paremmin esimerkiksi FEM-laskentaan (engl. finite element method), jossa laskennan tuloksista saadaan eri virumismalleilla helposti virumisvenymän arvoja. Sekä Robinsonin että Liebermanin sääntöä sovellettaessa on kuitenkin huomattava kesken kuormitushistorian mahdollisesti esiintyvän virumisen muodonmuutos- ja vaurioitumismekanismin muutoksen vaikuttavan kumulatiivisen vaurion syntymiseen ja siten myös sovellettavien sääntöjen tuottamien tulosten tarkkuuteen, joten sääntöjen voidaan olettaa olevan tarkimmillaan, kun virumisen muodonmuutos- ja vaurioitumismekanismi eivät muutu analysoitavan käyttöiän aikana.

3.3 Väsymisen ja virumisen yhteisvaikutus

Materiaalin väsyminen ja viruminen vaurioittavat materiaalia sekä yksittäisinä vaurioitumismekanismeina että niiden summavaikutuksena, jota kutsutaan virumisväsymiseksi (engl. creep-fatigue) (Viswanathan 1989, s. 121, 122). Virumisväsymisen aiheuttaman vaurion arviointiin on olemassa useita menetelmiä, joita ovat muun muassa lineaarinen vaurioiden summausmenetelmä (engl. linear damage summation method), taajuusmuunnettu venymäaluemenetelmä (engl. frequency-modified strain-range method), venymäalueen osiointimenetelmä (engl. strain-range partitioning method) ja materiaalin sitkeyden vähenemiseen perustuva menetelmä (engl. ductility-exhaustion method). Näistä menetelmistä yleisin käytössä oleva menetelmä on lineaarinen vaurioiden summausmenetelmä, jota tässä diplomityössä tarkastellaan tarkemmin. Lineaarista vaurioiden summausmenetelmää lukuun ottamatta muut menetelmät joko tarvitsevat useita materiaaliparametreja, jotka eivät ole määritettävissä tässä työssä tarkasteltaville painelaiteteräksille kirjallisuustiedon tai materiaalitoimittajilta saatavien materiaalikokeiden tulosten perusteella tai edellyttävät heikosti tietokonelaskentaan soveltuvaa hystereesissilmukoiden osiointia, joten niitä ei tässä diplomityössä esitellä tarkemmin. (Viswanathan 1989, s. 132–145) Lisäksi virumisväsymisen aiheuttaman vaurion arviointiin valitut lineaarista vaurioiden summausmenetelmää käyttävät mallit ovat kattavasti materiaalikokeilla verifioituja ja myös standardeissa käytettyjä, joten niitä voidaan pitää käytännön tasolla luotettavina (Bertini & Manfredi 1995, s. 3, 4; Viswanathan 1989, s. 133–135).

Tairan lineaarisessa vaurioiden summausmenetelmässä oletetaan materiaalin vaurion D olevan väsymisestä ja virumisesta aiheutuvien vaurioiden D_f ja D_c summa lausekkeen

$$D = D_f + D_c \tag{41}$$

mukaisesti. Virumisväsymisvaurion oletetaan lausekkeen (41) mukaisesti syntyvän, kun vaurion D arvo on yksi. (Bertini & Manfredi 1995, s. 3; Viswanathan 1989, s. 133, 134)

Yksi versio lineaarisesta vaurioiden summausmenetelmästä perustuu vaurioyhtälöön

$$D = \sum_{i=1}^{l} \frac{n_i}{N_{f,i}} + \sum_{i=1}^{m} \frac{t_i}{t_{rup,i}}, \tag{42}$$

jossa summataan Palmgren-Minerin säännöllä (27) määritetty väsymisestä aiheutuva vaurio ja Robinsonin säännöllä (37) laskettu virumisesta aiheutuva vaurio (Lemaitre & Desmorat 2005, s. 237; Viswanathan 1989, s. 133, 134). Vaihtoehtoisesti materiaalin virumisväsymisestä aiheutuva vaurio voidaan määrittää käyttämällä virumisvauriona venymäosuuksilla määritettyä vauriota, jolloin lineaarinen vaurioiden summausmenetelmä saadaan muotoon

$$D = \sum_{i=1}^{l} \frac{n_i}{N_{f,i}} + \sum_{i=1}^{m} \frac{\varepsilon_{c,i}}{\varepsilon_{rup,i}}, \tag{43}$$

jossa väsymisvauriosta tuleva vaurio-osuus lasketaan Palmgren-Minerin säännön (27) ja virumisvauriosta tuleva osuus Liebermanin säännön (39) mukaisesti (Rémy 2003, s. 158; Spindler 2007, s. 1463, 1464; Viswanathan 1989, s. 133). Väsymisen ja virumisen summavaikutuksen esittävät vaurion lausekkeet saadaan vastaavasti määritettyä myös tilanteissa, joissa käytetään integraalimuodossa määritettyjä virumisvaurion lausekkeita (38) ja (40).

4 VÄSYMISEN JA VIRUMISEN KONSISTENTTI TERMODYNAAMINEN MALLINTAMINEN

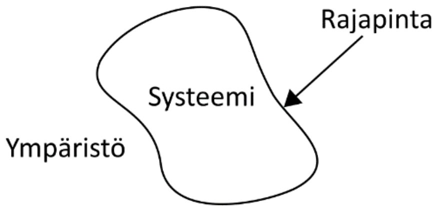
Materiaalimallien konstitutiivisten yhtälöiden johtaminen on lähtökohtaisesti mahdollista tehdä joko luomalla matemaattisia yhteyksiä materiaalin jännityksen ja venymän välille tai johtamalla konstitutiiviset yhtälöt suoraan termodynamiikan lainalaisuuksien pohjalta. Vaikka jännitysten ja venymien relaatioon perustuvat materiaalimallit ovat tunnettuja ja yleisiä, ne perustuvat merkittävissä määrin kokeellisiin havaintoihin eivätkä ne kaikilta osin ole täysin sidottuja luonnontieteiden peruslakeihin. Termodynamiikkaan perustuvat materiaalien konstitutiiviset mallit sen sijaan nojautuvat täysin luonnontieteiden peruslakeihin, käytännössä termodynamiikan ensimmäiseen ja toiseen pääsääntöön. Lisäksi termodynamiikkaan perustuvilla materiaalimalleilla on mahdollista mallintaa jännityksiin ja venymiin perustuviin materiaalimalleihin verrattuna monimutkaisempia ilmiöitä kuten plastisuuden ja materiaalin vaurionkasvun yhteyttä. (Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 517) Tässä diplomityössä hyödynnetään termodynaamiseen formulaatioon perustuvaa materiaalimallia sen tarjoamien edistyksellisten materiaalin viskoplastisuuden ja vaurionkasvun mallintamiseen soveltuvien ominaisuuksien vuoksi. Tähän diplomityöhön liittyneessä tutkimushankkeessa on kehitetty konsistenttiin termodynaamiseen formulaatioon perustuva korkean lämpötilan väsymisen ja virumisen sekä niiden aiheuttaman vaurion analysointiin soveltuva viskoplastinen materiaalimalli, jonka tuottamia tuloksia verrataan kirjallisuudessa käytössä oleviin virumisväsymismalleihin. Materiaalimalli perustuu Nortonin virumismalliin (Altenbach & Naumenko 2007, s. 45) ja Kachanov-Rabotnov-vauriomalliin (Lemaitre 1996, s. 11–13) ja kehitetyn viskoplastisen materiaalimallin teoreettinen tausta esitetään tässä luvussa.

4.1 Yleinen formulaatio

Termodynaamisesti konsistenttiin formulaatioon perustuva materiaalimalli voidaan muodostaa kahta potentiaalifunktiota, Helmholtzin ominaisvapaaenergiaa ja dissipaatiopotentiaalia käyttäen. Formulaatiossa Helmholtzin ominaisvapaaenergia kuvaa systeemin palautuvat prosessit ja dissipaatiopotentiaali dissipatiiviset palautumattomat prosessit. Tällä formulaatiolla termodynamiikan toisen pääsäännön perustana oleva Clausius-Duhemin epäyhtälö toteutuu kaikilla termodynaamisesti luvallisilla prosesseilla, kuten vaaditaan. (Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 551, 552; Kouhia & Saksala 2016, s. 8) Tässä luvussa esitetään kehitetyn viskoplastisen materiaalimallin yleinen formulaatio, joka muodostaa perustan myöhemmin tarkennettavalle materiaalimallin yksityiskohtaisemmalle formulaatiolle.

4.1.1 Termodynamiikan ensimmäinen pääsääntö

Termodynamiikassa tarkastellaan periaatteeltaan kuvan 4.1 mukaista termodynaamista systeemiä, joka on systeemin rajapinnan sisäänsä sulkema määrä materiaa. Termodynaamisessa systeemissä rajapinnan läpi ei siirry ainetta, mutta systeemin ja sen ympäristön vuorovaikutuksen johdosta rajapinnan läpi voi siirtyä energiaa. Systeemin hetkellistä tilaa kuvaavat tilamuuttujat, joiden arvoihin vaikuttaa vain systeemin tarkasteluhetken tila eikä tapahtumapolku, jolla tilaan on päästy. (Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 522, 523)



Kuva 4.1. *Termodynamiikassa tarkasteltava systeemi, sen rajapinta ja ympäristö (mukaillen Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 522).*

Termodynaamiseen formulaatioon perustuva viskoplastinen materiaalimalli johdetaan termodynamiikan ensimmäisen ja toisen pääsäännön perusteella. Tarkastellaan ensin termodynamiikan ensimmäistä pääsääntöä, joka määritellään yhtälöllä

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(E_E + K_E) = P_{mech} + P_{heat}. \tag{44}$$

Yhtälön (44) mukaisen termodynamiikan ensimmäisen pääsäännön mukaan tarkasteltavan systeemin sisäenergian E_E ja kineettisen energian K_E summan aikaderivaatta on yhtä suuri kuin systeemiin kohdistuvan mekaanisen tehon P_{mech} ja systeemiin kohdistuvan lämpötehon P_{heat} summa. Termodynamiikan ensimmäistä pääsääntöä kutsutaankin energian säilymisen laiksi. (Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 525, 526)

Termodynamiikan ensimmäisessä pääsäännössä käytettävä systeemin sisäenergia E_E määritellään materiaalin tiheyden ρ ja ominaissisäenergian e tulon integraalina systeemin tilavuuden V yli lausekkeella

$$E_E = \int_V \rho e \, \mathrm{d}V. \tag{45}$$

Systeemin kineettinen energia K_E puolestaan määritellään lausekkeella

$$K_E = \frac{1}{2}\int_V \rho \dot{\boldsymbol{u}} \cdot \dot{\boldsymbol{u}} \, \mathrm{d}V, \tag{46}$$

jossa $\dot{\boldsymbol{u}}$ on kontinuumin partikkelin nopeusvektori, joka määritellään paikkavektorin $\boldsymbol{u}$ aikaderivaattana. Systeemiin kohdistuva mekaaninen teho määritellään lausekkeella

$$P_{mech} = \int_V \rho \boldsymbol{b} \cdot \dot{\boldsymbol{u}} \,\mathrm{d}V + \int_{S_t} \boldsymbol{t} \cdot \dot{\boldsymbol{u}} \,\mathrm{d}S_t, \tag{47}$$

jossa $\boldsymbol{b}$ on systeemin kontinuumiin kohdistuva voimavektori, joka esittää kontinuumiin kohdistuvan voiman massaa kohti ja $\boldsymbol{t}$ on tarkasteltavan systeemin rajapinnalla S_t vaikuttava traktiovektori. Systeemiin kohdistuva lämpöteho on määritelmän mukaan

$$P_{heat} = \int_V \rho r_T \,\mathrm{d}V - \int_{S_t} \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{n} \,\mathrm{d}S_t, \tag{48}$$

jossa r_T on systeemin lämmöntuottonopeus massaa kohti, $\boldsymbol{q}$ lämpövuovektori systeemin rajapinnalla ja $\boldsymbol{n}$ systeemin rajapintaa vastaan kohtisuora systeemistä ulospäin osoittava yksikkönormaalivektori. (Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 525–527)

Mielivaltaiselle kontinuumisysteemille pätee liikemäärän taseyhtälö

$$\rho \ddot{\boldsymbol{u}} = \rho \boldsymbol{b} + \mathrm{div}\, \boldsymbol{\sigma}, \tag{49}$$

jossa $\ddot{\boldsymbol{u}}$ on nopeusvektorin $\boldsymbol{u}$ toinen aikaderivaatta eli kiihtyvyysvektori ja $\boldsymbol{\sigma}$ kontinuumin partikkelin symmetrinen jännitystensori (Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 60, 61). Sijoittamalla yhtälöt (45)–(48) yhtälöön (44), soveltamalla Gaussin divergenssilausetta saatuun yhtälöön (44) ja hyödyntämällä yhtälöä (49) saadaan yhtälö muotoon

$$\int_V \rho \dot{e} \,\mathrm{d}V = \int_V (\boldsymbol{\sigma} : \mathrm{grad}\, \dot{\boldsymbol{u}} + \rho r_T - \mathrm{div}\, \boldsymbol{q}) \,\mathrm{d}V. \tag{50}$$

Venymätensori $\boldsymbol{\varepsilon}$ määritellään pienten venymien tapauksessa lausekkeella

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}[\mathrm{grad}\, \boldsymbol{u} + (\mathrm{grad}\, \boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}], \tag{51}$$

joka ajan suhteen differentioituna voidaan sijoittaa yhtälöön (50), jolloin yhtälö saadaan kaksoispistetulon kommutatiivisuus huomioiden muotoon

$$\rho \dot{e} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \rho r_T - \mathrm{div}\, \boldsymbol{q} \tag{52}$$

(Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 23, 526, 527).

Termodynamiikan formulaatioissa käytetään yleisenä tilamuuttujana ominaissisäenergian e ja ominaisentropian s lisäksi Helmholtzin ominaisvapaaenergiaa ψ, joka määritellään lausekkeella

$$\psi = e - sT, \tag{53}$$

jossa T on systeemin absoluuttinen lämpötila (Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 552). Differentioimalla lauseke (53) ja sijoittamalla se yhtälöön (52) saadaan termodynaamisen systeemin paikallinen energiayhtälö (52) muotoon

$$\rho\left(\dot{\psi} + \dot{s}T + s\dot{T}\right) = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \rho r_T - \mathrm{div}\, \boldsymbol{q}. \tag{54}$$

Saatua yhtälöä hyödynnetään yhdessä termodynamiikan toisesta pääsäännöstä johdettavan yhtälön kanssa viskoplastisen systeemin konstitutiivisia yhtälöitä johdettaessa.

4.1.2 Termodynamiikan toinen pääsääntö

Viskoplastisen materiaalimallin johtamisessa tarvittava termodynamiikan toinen pääsääntö määritellään Clausius-Duhemin epäyhtälöllä

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho s \,\mathrm{d}V \geq \int_V \frac{\rho r_T}{T}\mathrm{d}V - \int_{S_t}\frac{\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{n}}{T}\,\mathrm{d}S_t, \tag{55}$$

joka asettaa rajoitteita systeemin mahdollisille prosesseille. Koska systeemin entropia määritellään lausekkeella

$$S = \int_V \rho s \,\mathrm{d}V, \tag{56}$$

termodynamiikan toisen pääsäännön mukaan systeemin kokonaisentropian kasvunopeus on vähintään yhtä suuri kuin systeemin sisäisestä lämmöntuotosta ja systeemiin kohdistuvasta lämpövuosta aiheutuva entropian kasvunopeus. (Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 546)

Soveltamalla Gaussin divergenssilausetta epäyhtälöön (55) ja sijoittamalla siihen yhtälö (54) saadaan epäyhtälö muotoon

$$-\rho\left(\dot{\psi} + s\dot{T}\right) + \boldsymbol{\sigma}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - T^{-1}\mathrm{grad}\,T\cdot\boldsymbol{q} \geq 0. \tag{57}$$

Systeemin dissipaatioteho γ määritellään (Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 552) lausekkeella

$$\gamma = -\rho\left(\dot{\psi} + s\dot{T}\right) + \boldsymbol{\sigma}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - T^{-1}\mathrm{grad}\,T\cdot\boldsymbol{q}, \tag{58}$$

joten termodynamiikan toinen pääsääntö voidaan nyt kirjoittaa lyhyesti epäyhtälönä

$$\gamma \geq 0. \tag{59}$$

Kehitetty materiaalimalli on viskoplastinen materiaalin vaurioitumisen huomioiva malli, joten tässä yhteydessä systeemin Helmholtzin ominaisvapaaenergia on lämpötilan T, lämpövenymän $\boldsymbol{\varepsilon}_{th}$ ja elastisen venymän $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ summaa kuvaavan termoelastisen venymän $\boldsymbol{\varepsilon}_{te} = \boldsymbol{\varepsilon}_{th} + \boldsymbol{\varepsilon}_e$, eheyden ω ja sisäisen muuttujan κ funktio, mikä voidaan esittää muodossa

$$\psi = \psi(T, \boldsymbol{\varepsilon}_{te}, \omega, \kappa) \tag{60}$$

(Kouhia & Saksala 2016, s. 10; Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 558, 559). Eheys ω kuvaa materiaalin integriteettiä ja se saa arvoja välillä [0,1], jolloin eheyden arvo 0 kuvaa täysin vaurioitunutta materiaalia ja arvo 1 täysin vaurioitumatonta materiaalia. Määritellyn eheyden ω lisäksi määritellään eheyden komplementtina vaurio D lausekkeella

$$\omega = 1 - D. \tag{61}$$

Vaurio D saa luonnollisesti arvoja välillä [0,1], jolloin muuttujan arvo 0 tarkoittaa täysin vaurioitumatonta materiaalia ja arvo 1 täysin vaurioitunutta eli käytännössä murtunutta materiaalia. (Kouhia & Saksala 2016, s. 10)

Geometrisesti lineaarisen mallin mukainen venymätensori ε voidaan tarkasteltavan viskoplastisen materiaalimallin tapauksessa jakaa osiin

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_e + \boldsymbol{\varepsilon}_c + \boldsymbol{\varepsilon}_{th}, \tag{62}$$

jotka ovat elastinen venymä $\boldsymbol{\varepsilon}_e$, virumisvenymä $\boldsymbol{\varepsilon}_c$ ja lämpövenymä $\boldsymbol{\varepsilon}_{th}$. Lämpövenymä määritellään lausekkeella $\boldsymbol{\varepsilon}_{th} = \boldsymbol{\alpha}(T - T_r)$, jossa $\boldsymbol{\alpha}$ on lämpölaajenemistensori ja T_r referenssilämpötila, jota pidetään lämpölaajenemisen vertailulämpötilana. Isotrooppisen materiaalin tapauksessa lämpölaajenemistensori määritellään yksinkertaisesti lausekkeella $\boldsymbol{\alpha} = \alpha\boldsymbol{I}$, jossa $\boldsymbol{I}$ on identiteettimatriisi ja α pituuden lämpölaajenemiskerroin. (Kouhia & Saksala 2016, s. 10, 11; Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 87) Differentioimalla Helmholzin ominaisvapaaenergia ψ lausekkeen (60) mukaisten muuttujien suhteen ja sijoittamalla se lausekkeeseen (58), saadaan dissipaatiotehon lausekkeeksi

$$\begin{aligned} \gamma = -\rho\left(s + \frac{\partial\psi}{\partial T}\right)\dot{T} + \left(\boldsymbol{\sigma} - \rho\frac{\partial\psi}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_{te}}\right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{te} + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_c - \rho\frac{\partial\psi}{\partial\omega}\dot{\omega} + \\ -\rho\frac{\partial\psi}{\partial\kappa}\dot{\kappa} - T^{-1}\mathrm{grad}\,T \cdot \boldsymbol{q}, \end{aligned} \tag{63}$$

kun huomioidaan lisäksi yhteys $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{te} + \boldsymbol{\varepsilon}_c$. (Kouhia & Saksala 2016, s. 10; Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 561)

Termodynaamisen systeemin dissipatiivisten mekanismien toiminta esitetään dissipaatiopotentiaalin φ avulla, joka on tässä yhteydessä termodynaamisten voimien Y ja K, lämpövuovektorin $\boldsymbol{q}$, jännitystensorin $\boldsymbol{\sigma}$ ja lämpötilan T funktio, mikä esitetään muodossa

$$\varphi = \varphi(Y, K, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{\sigma}; T). \tag{64}$$

Termodynaamiset voimat puolestaan määritellään tässä yhteydessä tiheyden ρ, Helmholtzin ominaisvapaaenergian ψ ja tilamuuttujana olevan eheyden ω tai sisäisen muuttujan κ avulla lausekkeilla $Y = \rho\partial\psi/\partial\omega$ ja $K = \rho\partial\psi/\partial\kappa$. Dissipaatioteho γ määritellään toisaalta dissipaatiopotentiaalin avulla lausekkeella

$$\gamma = \frac{\partial\varphi}{\partial\boldsymbol{q}} \cdot \boldsymbol{q} + \frac{\partial\varphi}{\partial\boldsymbol{\sigma}} : \boldsymbol{\sigma} + \frac{\partial\varphi}{\partial K}K + \frac{\partial\varphi}{\partial Y}Y, \tag{65}$$

sillä dissipaatiopotentiaali on lausekkeen (64) mukaisesti monotoninen argumenttien *Y*, *K*, $\boldsymbol{q}$ ja $\boldsymbol{\sigma}$ suhteen. (Kouhia & Saksala 2016, s. 10; Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 567, 568)

Muodostamalla yhtälöpari yhtälöistä (63) ja (65) ja huomioimalla termodynaamisten voimien *Y* ja *K* määritelmät, saadaan yhtälö

$$-\rho\left(s + \frac{\partial\psi}{\partial T}\right)\dot{T} + \left(\boldsymbol{\sigma} - \rho\frac{\partial\psi}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_{te}}\right):\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{te} + \left(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{c} - \frac{\partial\varphi}{\partial\boldsymbol{\sigma}}\right):\boldsymbol{\sigma} - \left(\dot{\omega} + \frac{\partial\varphi}{\partial Y}\right)Y + \\ -\left(\dot{\kappa} + \frac{\partial\varphi}{\partial K}\right)K - \left(T^{-1}\mathrm{grad}\,T + \frac{\partial\varphi}{\partial\boldsymbol{q}}\right)\cdot\boldsymbol{q} = 0. \tag{66}$$

Yhtälön (66) on toteuduttava kaikilla termodynaamisesti luvallisilla prosesseilla $\dot{T}$, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{te}$, $\boldsymbol{\sigma}$, *Y*, *K* ja $\boldsymbol{q}$ (Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 562), jolloin yleisiksi konstitutiivisiksi yhtälöiksi saadaan

$$s = -\frac{\partial\psi}{\partial T}, \tag{67}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \rho\frac{\partial\psi}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_{te}}, \tag{68}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{c} = \frac{\partial\varphi}{\partial\boldsymbol{\sigma}}, \tag{69}$$

$$\dot{\omega} = -\frac{\partial\varphi}{\partial Y}, \tag{70}$$

$$\dot{\kappa} = -\frac{\partial\varphi}{\partial K}, \tag{71}$$

$$T^{-1}\mathrm{grad}\,T = -\frac{\partial\varphi}{\partial\boldsymbol{q}}. \tag{72}$$

Lopullinen termodynaamisen mallin lämpöyhtälö saadaan muodostettua sijoittamalla johdetut lausekkeet (67)–(72) sekä Helmholtzin ominaisvapaaenergian määritelmä (60) termodynamiikan ensimmäisestä pääsäännöstä johdettuun yhtälöön (54), jolloin saadaan yhtälö

$$\rho c_{\varepsilon}\dot{T} = -\mathrm{div}\,\boldsymbol{q} + \rho r_{T} + \boldsymbol{\sigma}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{c} + \rho T\frac{\partial^{2}\psi}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_{te}\partial T}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{te} + \\ + \left(\rho T\frac{\partial^{2}\psi}{\partial\omega\partial T} - Y\right)\dot{\omega} + \left(\rho T\frac{\partial^{2}\psi}{\partial\kappa\partial T} - K\right)\dot{\kappa}. \tag{73}$$

Yhtälössä (73) on käytetty ominaislämpökapasiteetin c_{ε} määritelmää

$$c_{\varepsilon} = -T\frac{\partial^{2}\psi}{\partial T^{2}} \tag{74}$$

(Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 578). Saatu yhtälö (73) on termomekaanisesti kytketty lämpöyhtälö, jossa oikean puolen kaksi ensimmäistä termiä kuvaavat systeemiin rajapinnan läpi siirtyvää lämpövuota ja systeemin sisäistä ei-mekaanista lämmöntuottoa. Yhtälön oikean puolen neljä viimeistä termiä puolestaan kuvaavat systeemin viskoplastisuuden, termoelastisuuden ja vaurionkasvun aiheuttamaa lämmöntuottoa. (Kouhia & Saksala 2016, s. 10, 11)

4.2 Tarkasteltava materiaalimalli

Luvussa 4.1 esitetyn materiaalimallin yleisen formulaation rajaus tarkasteltavan virumisväsymiskuormituksen analysointiin kolmiulotteisessa jännitystilassa soveltuvaksi materiaalimalliksi esitetään luvussa 4.2.1. Kehitetystä materiaalimallista on myös formuloitu kaksi eri versiota, jotka esitellään luvuissa 4.2.2 ja 4.2.3 yksiakselisen jännitystilan tapauksessa, sillä materiaalimallin versioiden parametrit määritetään näiden formulaatioiden perusteella yksiakselisten virumiskokeiden tulosten perusteella.

4.2.1 Formulaation rajaus tarkasteltavaan materiaalimalliin

Kehitetyssä materiaalimallissa Helmholtzin ominaisvapaaenergia $\psi = \psi(T, \boldsymbol{\varepsilon}_{te}, \omega, \kappa)$ oletetaan edellä esitetysti lämpötilan T, termoelastisen venymän $\boldsymbol{\varepsilon}_{te}$, eheyden ω sekä sisäisen muuttujan κ funktioksi. Rajaamalla materiaalimallin elastinen muodonmuutos lineaariseksi voidaan tiheyden ja Helmholtzin ominaisvapaaenergian tulolle $\rho\psi$ valita lauseke

$$\rho\psi = \rho c_\varepsilon \left(T - T\ln\frac{T}{T_r}\right) + \frac{1}{2}\omega(\boldsymbol{\varepsilon}_{te} - \boldsymbol{\varepsilon}_{th}) : \boldsymbol{C}_e : (\boldsymbol{\varepsilon}_{te} - \boldsymbol{\varepsilon}_{th}) + \rho\psi_p(\kappa, T), \qquad (75)$$

jossa $\boldsymbol{C}_e$ on kimmotensori, T_r mielivaltaisesti valittavissa oleva referenssilämpötila ja $\psi_p(\kappa, T)$ Helmholtzin ominaisvapaaenergian lausekkeen sisäisten muuttujien määrittelemä osa. Isotrooppisen materiaalin kimmotensori määritellään lausekkeella

$$\boldsymbol{C}_e = \mu\mathbf{1}_2 \otimes \mathbf{1}_2 + 2G\mathbf{1}_4, \qquad (76)$$

jossa G ja μ ovat Lamén parametreja, $\mathbf{1}_2$ toisen kertaluvun identiteettitensori ja $\mathbf{1}_4$ neljännen kertaluvun identiteettitensori. Lamén parametreista G on liukumoduuli ja μ määritellään lausekkeella $\mu = B - 2G/3$, jossa B on tilavuuskimmokerroin (engl. bulk modulus). (Irgens 2008, s. 94, 95, 206) Helmholtzin ominaisvapaaenergian lausekkeen sisäisten muuttujien määrittelemälle osalle valitaan nyt lauseke

$$\psi_p(\kappa) = \frac{K_\infty}{\rho}\left(\kappa + \frac{K_\infty}{h}e^{-\frac{h\kappa}{K_\infty}}\right), \qquad (77)$$

jossa termit K_∞ ja h ovat lämpötilasta riippuvia parametreja (Kouhia & Saksala 2016, s. 11).

Dissipaatiopotentiaali koostuu kehitetyssä viskoplastisessa mallissa termisestä osasta φ_{th}, vaurioitumisen huomioivasta osasta φ_d ja viskoplastisen muodonmuutoksen huomioivasta osasta φ_c, jolloin dissipaatiopotentiaali määritellään näiden osien summana lausekkeella

$$\varphi(Y, K, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{\sigma}; T, \omega) = \varphi_{th}(\boldsymbol{q}; T) + \varphi_d(Y; T, \omega) + \varphi_c(\boldsymbol{\sigma}, K; T, \omega). \tag{78}$$

Lausekkeessa (78) dissipaatiopotentiaalin terminen osa φ_{th} esitetään lausekkeella

$$\varphi_{th}(\boldsymbol{q}; T) = \frac{1}{2} T^{-1} \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{\lambda}^{-1} \boldsymbol{q}, \tag{79}$$

jossa $\boldsymbol{\lambda}$ on lämmönjohtavuustensori, joka määritellään isotrooppisen materiaalin tapauksessa lämmönjohtavuuden λ avulla lausekkeella $\boldsymbol{\lambda} = \lambda \boldsymbol{I}$. (Kouhia & Saksala 2016, s. 11)

Kehitetyn materiaalimallin version 1 tapauksessa, joka sisältää versiota 2 enemmän virumiskokeiden tulosten perusteella määritettäviä parametreja, dissipaatiopotentiaalin vaurioitumisen ja viskoplastisen muodonmuutoksen huomioivat osat esitetään lausekkeilla

$$\varphi_d(Y; T, \omega) = \frac{h_d}{r+1} \frac{Y_r}{t_d \omega^k} \left(\frac{Y}{Y_r} \right)^{r+1}, \tag{80}$$

$$\varphi_c(\boldsymbol{\sigma}, K; T, \omega) = \frac{h_c}{p+1} \frac{\omega \sigma_r}{t_c} \left(\frac{\bar{\sigma}}{\omega \sigma_r} \right)^{p+1}. \tag{81}$$

Lausekkeissa (80) ja (81) t_d on vaurionkasvun karakteristinen aika ja t_c virumismuodonmuutoksen karakteristinen aika, jotka määritetään virumiskokeiden tuloksista. Lisäksi esitetyissä lausekkeissa termit k, r ja p ovat virumiskokeiden tulosten perusteella määritettäviä lämpötilasta riippuvia parametreja. Jännitysarvoista $\bar{\sigma}$ on tehollinen von Mises -jännitys ja σ_r vapaasti valittavissa oleva referenssijännitys, joka tässä yhteydessä valitaan esitystavan loogisuuden vuoksi myötöjännitykseksi tarkasteltavassa lämpötilassa. Tällöin pätee yhtälö $\sigma_r = \sigma_y(\kappa, T) = \sigma_{y0}(T) + K(\kappa, T)$, jossa σ_{y0} on lujittumaton myötöjännitys. Helmholtzin ominaisvapaaenergian lausekkeen sisäisten muuttujien määrittelemälle osalle valitun lausekkeen (77) mukaisesti myötöjännityksen lausekkeelle saadaan esitysmuoto

$$\sigma_y = \sigma_{y0}(T) + K_\infty \left(1 - e^{-\frac{h\kappa}{K_\infty}} \right), \tag{82}$$

jonka kuvaaman plastisen materiaalin murtolujuutta edustava maksimilujuus on $\sigma_u = \sigma_{y0} + K_\infty$. Lausekkeessa (80) esiintyvä termodynaamisen voiman referenssiarvo Y_r voidaan myös valita vapaasti ja esitystavan loogisuuden vuoksi se valitaan termodynaamisen voiman arvoksi tilanteessa, jossa materiaali on vaurioitumatonta ja jännitys referenssijännityksen suuruinen yksiakselinen vetojännitys, jolloin pätevät lausekkeet $\omega = 1$

ja $\bar{\sigma} = \sigma_r$. Termit h_c ja h_d ovat virumiselle ominaiseen tapaan Arrheniuksen yhtälön tyyppisiä aktivaatiofunktioita, jotka voidaan esittää lausekkeella

$$h_i = e^{-\frac{Q_i}{R_g T}}, \tag{83}$$

jossa R_g on yleinen kaasuvakio ja Q_i virumiskokeiden tuloksista määritettävä virumisen tai vaurionkasvun aktivaatioenergia Q_c tai Q_d. (Kouhia & Saksala 2016, s. 11, 12)

Materiaalimallin lopulliset konstitutiiviset yhtälöt saadaan johdettua sijoittamalla lausekkeet (75) ja (78)–(81) lausekkeisiin (68)–(72) referenssijännityksen $\sigma_r = \sigma_{y0}(T) + K(\kappa, T)$ määritelmä huomioiden, jolloin saadaan lausekkeet

$$\boldsymbol{\sigma} = \omega \boldsymbol{C}_e : \boldsymbol{\varepsilon}_e, \tag{84}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_c = \frac{h_c}{t_c}\left(\frac{\bar{\sigma}}{\omega\sigma_r}\right)^p \frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\boldsymbol{\sigma}}, \tag{85}$$

$$\dot{\omega} = -\frac{h_d}{t_d \omega^k}\left(\frac{Y}{Y_r}\right)^r, \tag{86}$$

$$\dot{\kappa} = \frac{p}{p+1}\frac{\omega h_c}{t_c}\left(\frac{\bar{\sigma}}{\omega\sigma_r}\right)^{p+1}, \tag{87}$$

$$\boldsymbol{q} = -\boldsymbol{\lambda}\,\mathrm{grad}\,T. \tag{88}$$

Saatujen yleisten konstitutiivisten yhtälöiden mukaisesti kehitetty materiaalimalli noudattaa Nortonin virumismallia ja Kachanov-Rabotnov-vauriomallia (Altenbach & Naumenko 2007, s. 45; Lemaitre 1996, s. 11–13).

Termodynaaminen voima Y saadaan vastaavasti sijoittamalla lauseke (75) termodynaamisen voiman määritelmään $Y = \rho\partial\psi/\partial\omega$, jolloin termodynaamisen voiman lauseke saadaan muotoon

$$Y = \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}_e : \boldsymbol{C}_e : \boldsymbol{\varepsilon}_e. \tag{89}$$

Muokkaamalla lauseketta (89) kaksoispistetulon laskusääntöjä hyödyntäen ja sijoittamalla lauseke (84) tähän lausekkeeseen saadaan termodynaamisen voiman lausekkeeksi

$$Y = \frac{1}{2\omega^2}\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{C}_e^{-1} : \boldsymbol{\sigma} \tag{90}$$

(Kouhia & Saksala 2016, s. 12).

Kehitetyssä materiaalimallissa tarkastelu rajataan isotrooppiseen materiaaliin, jolloin termodynaaminen voima Y voidaan esittää lausekkeella

$$Y = \frac{1}{\omega^2}\left[\frac{1+\nu}{3E}\bar{\sigma}^2 + \frac{3(1-2\nu)}{2E}\sigma_h^2\right], \tag{91}$$

jossa ν on Poissonin luku ja σ_h hydrostaattinen jännitys. Lauseketta (91) muokkaamalla termodynaaminen voima Y voidaan esittää lausekkeilla

$$Y = \frac{\bar{\sigma}^2}{2E\omega^2}\left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu)\left(\frac{\sigma_h}{\bar{\sigma}}\right)^2\right] = \frac{\bar{\sigma}^2}{2E\omega^2}R_\nu, \tag{92}$$

joista ensimmäisessä lausekkeessa suhdeluku $\sigma_h/\bar{\sigma}$ on jännitystilan kolmiaksiaalisuussuhde ja jälkimmäisessä lausekkeessa R_ν on jännitystilan kolmiakselisuutta kuvaava kolmiaksiaalisuusfunktio (Lemaitre 1996, s. 44, 45). Valitsemalla termodynaamisen voiman Y referenssiarvoksi Y_r termodynaamisen voiman arvo tilanteessa, jossa eheyden ω arvo on yksi ja jännitys yksiakselinen vetojännitys σ_r, saadaan referenssiarvolle Y_r lauseke

$$Y_r = \frac{\sigma_r^2}{2E}. \tag{93}$$

Tämän myötä termodynaamisen voiman ja sen referenssiarvon suhdeluvun Y/Y_r lauseke saadaan muotoon

$$\frac{Y}{Y_r} = \frac{1}{\omega^2}\left[\frac{2(1+\nu)}{3}\left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_r}\right)^2 + 3(1-2\nu)\left(\frac{\sigma_h}{\sigma_r}\right)^2\right], \tag{94}$$

jota voidaan käyttää suoraan lausekkeessa (86). (Kouhia & Saksala 2016, s. 12)

4.2.2 Materiaalimallin versio 1 yksiakselisessa jännitystilassa

Kehitetyssä viskoplastisessa väsymisen ja virumisen vaikutuksen huomioivassa materiaalimallissa tarvittavat materiaaliparametrit on määritetty yleisesti saatavilla olevien painelaiteteräsvalmistajien ilmoittamien vakiojännityksellä ja vakiolämpötilassa tehtyjen virumiskokeiden tulosten perusteella, jotta materiaalimallia voidaan soveltaa useille eri painelaiteteräksille ilman erillisten virumiskokeiden tekemistä. Koska tavanomaisissa virumiskokeissa jännitystila on yksiakselinen vakiovetojännitystila, pelkistyy materiaalimalli tässä tapauksessa melko yksinkertaiseen muotoon ja sen lausekkeita voidaan integroida symbolisesti mallin parametrien määrittämistä varten.

Yleisesti yksiakselisessa jännitystilassa jännityksen ja venymän väliseksi yhteydeksi saadaan Kachanov-Rabotnov-vauriomallissa eheydellä ω skaalatulla Hooken laililla

$$\sigma = \omega E(\varepsilon - \varepsilon_{th} - \varepsilon_c), \tag{95}$$

jossa E on kimmomoduuli tarkasteltavassa lämpötilassa, σ vetokokeen skalaariarvoinen vetojännitys ja ε, ε_{th} sekä ε_c yksiakseliset kokonaisvenymä, lämpövenymä ja virumisvenymä (Lemaitre 1996, s. 12–14). Koska virumiskokeet tehdään vakiolämpötilassa, jätetään lisäksi lausekkeesta (95) lämpövenymän ε_{th} osuus huomioimatta. Yksiakselisessa vetojännitystilassa esiintyväksi virumisnopeudeksi $\dot{\varepsilon}_c$ saadaan kehitetyn materiaalimallin yleisessä tapauksessa lausekkeen (85) perusteella

$$\dot{\varepsilon}_c = \frac{h_c}{t_c}\left(\frac{\sigma}{\omega\sigma_r}\right)^p, \tag{96}$$

kun huomioidaan yhteys $\partial\overline{\sigma}/\partial\boldsymbol{\sigma} = 1$ yksiakselisessa vetojännitystilassa. Lausekkeessa (96) referenssijännitykseksi σ_r valitaan kehitetyn materiaalimallin tapauksessa tarkasteltavassa lämpötilassa esiintyvä lujittumaton myötöjännitys σ_{y0}, jolloin pätee yhtälö $\sigma_r = \sigma_{y0}$ eikä materiaalin muokkauslujittumista huomioida mallissa. (Kouhia & Saksala 2016, s. 13, 14)

Kun siirrytään tarkastelemaan varsinaista kehitetyn materiaalimallin versiota 1, voidaan materiaalimallin version 1 tapauksessa eheyden muutosnopeus $\dot{\omega}$ esittää yhtälön (86) muodossa myös yksiakselisessa jännitystilassa, jolloin saadaan

$$\dot{\omega} = -\frac{h_d}{t_d\omega^k}\left(\frac{Y}{Y_r}\right)^r. \tag{97}$$

Vastaavasti yksiakselisessa jännitystilassa termodynaamisen voiman lauseke pelkistyy lausekkeen (92) muodosta muotoon

$$Y = \frac{\sigma^2}{2\omega^2 E} \tag{98}$$

ja termodynaamisen voiman referenssiarvon lausekkeeksi saadaan yksiakselisessa jännitystilassa

$$Y_r = \frac{\sigma_r^2}{2E}. \tag{99}$$

(Kouhia & Saksala 2016, s. 13)

Sijoittamalla lausekkeet (98) ja (99) lausekkeeseen (97) saadaan eheyden muutosnopeuden lausekkeeksi materiaalimallin version 1 tapauksessa

$$\dot{\omega} = -\frac{h_d}{t_d\omega^{k+2r}}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{2r}. \tag{100}$$

Olettamalla virumiskokeissa esiintyvä vetojännitys vakioksi ja integroimalla lauseke (100) saadaan eheyden lausekkeeksi virumisajan *t* funktiona

$$\omega = \left[1 - \frac{(k+2r+1)h_d}{t_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{2r} t\right]^{\frac{1}{k+2r+1}}. \tag{101}$$

Saadusta lausekkeesta voidaan edelleen ratkaista materiaalimallin ennustama virumismurtoaika t_{rup}, kun pätee yhteys ω = 0, jolloin virumismurtoajan lauseke saadaan muotoon

$$t_{rup} = \frac{1}{(k+2r+1)h_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{-2r} t_d. \tag{102}$$

Lauseketta (102) muokkaamalla siitä voidaan myös ratkaista virumismurtoaikaa t_{rup} vastaava virumisjännitys, jonka lauseke esiintyy muodossa

$$\sigma = \left[(k + 2r + 1)h_d \frac{t_{rup}}{t_d}\right]^{-\frac{1}{2r}} \sigma_r. \tag{103}$$

(Kouhia & Saksala 2016, s. 13, 14)

Sijoittamalla saatu eheyden ω lauseke (101) virumisvenymänopeuden lausekkeeseen (96), saadaan virumisvenymänopeudelle ajan funktiona lauseke

$$\dot{\varepsilon}_c = \frac{h_c}{t_c}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p \left[1 - \frac{(k+2r+1)h_d}{t_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{2r} t\right]^{-\frac{p}{k+2r+1}}. \tag{104}$$

Lauseke (104) integroimalla virumisvenymälle ajan funktiona saadaan lauseke

$$\varepsilon_c = \frac{1}{k+2r-p+1}\frac{h_c t_d}{h_d t_c}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{p-2r}\left\{1 - \left[1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{2r} \frac{(k+2r+1)h_d}{t_d} t\right]^{\frac{k+2r-p+1}{k+2r+1}}\right\}. \tag{105}$$

Kun lausekkeeseen (105) sijoitetaan edelleen virumismurtoajan lauseke (102) ja lisätään virumismurtovenymän elastinen venymäosuus σ/E, saadaan materiaalimallin version 1 ennustamalle kokonaisvirumismurtovenymälle ε_{rup} lauseke

$$\varepsilon_{rup} = \frac{\sigma}{E} + \frac{1}{k+2r-p+1}\frac{h_c t_d}{h_d t_c}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{p-2r}. \tag{106}$$

(Kouhia & Saksala 2016, s. 14)

Esitettyjä materiaalimallin version 1 keskeisimpiä lausekkeita (100)–(102) ja (104)–(105) voidaan edelleen yksinkertaistaa mallin parametrien määrittämistä varten, kun huomioidaan Nortonin virumismallissa ja Kachanov-Rabotnov-vauriomallissa materiaalimallin version 1 tapauksessa esiintyvä yhteys k+2r = p+2 (Lemaitre 1996, s. 124, 125). Esitetyn yhteyden avulla lausekkeista voidaan eliminoida parametri k, jolloin lausekkeet (100)–(102) ja (104)–(105) saadaan esitettyä muodossa

$$\dot{\omega} = -\frac{h_d}{t_d \omega^{p+2}}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{2r}, \tag{107}$$

$$\omega = \left[1 - \frac{(p+3)h_d}{t_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{2r} t\right]^{\frac{1}{p+3}}, \tag{108}$$

$$\dot{\varepsilon}_c = \frac{h_c}{t_c}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{p}\left[1 - \frac{(p+3)h_d}{t_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{2r} t\right]^{-\frac{p}{p+3}}, \tag{109}$$

$$\varepsilon_c = \frac{1}{3}\frac{h_c t_d}{h_d t_c}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{p-2r}\left\{1 - \left[1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{2r}\frac{(p+3)h_d}{t_d} t\right]^{\frac{3}{p+3}}\right\}, \tag{110}$$

$$t_{rup} = \frac{1}{(p+3)h_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{-2r} t_d. \tag{111}$$

Esitetyissä materiaalimallin yhtälöissä käytettävät termit p ja r oletetaan formulaation yksinkertaistamiseksi lämpötilasta lineaarisesti riippuviksi, jolloin termien lämpötilariippuvuus voidaan esittää muodossa

$$p = p_r\left(1 + a_r\frac{T-T_r}{T_r}\right), \tag{112}$$

$$r = r_r\left(1 + b_r\frac{T-T_r}{T_r}\right). \tag{113}$$

Lausekkeissa (112) ja (113) lämpötilan referenssiarvo T_r on lämpötila, jossa tehtyjen virumiskokeiden tuloksista määritetään termien p ja r referenssiarvot p_r ja r_r. Kertoimet a_r ja b_r ovat termien p ja r lämpötilariippuvuutta kuvaavat kertoimet, jotka myös määritetään virumiskokeiden tuloksista. (Kouhia & Saksala 2016, s. 16) Kokonaisuudessaan materiaalimallin version 1 vaatimia virumiskokeiden perusteella määritettäviä parametreja on kahdeksan ja ne ovat virumismuodonmuutoksen ja vaurionkasvun karakteristiset ajat t_c ja t_d, virumisen ja vaurionkasvun aktivaatioenergiat Q_c ja Q_d, termit p_r ja r_r sekä termien p ja r lämpötilariippuvuutta kuvaavat termit a_r ja b_r. Parametrien määrittämisen yksinkertaistamiseksi aktivaatioenergioiden Q_c ja Q_d määrittämisen asemesta voidaan suoraan määrittää skaalatut aktivaatioenergiat $q_c = Q_c/R_g$ ja $q_d = Q_d/R_g$ kuten tässä työssä tehdään.

4.2.3 Materiaalimallin versio 2 yksiakselisessa jännitystilassa

Virumiselle voidaan myös määrittää empiirinen Monkman-Grant-parametri C_{MG}, joka määritellään lausekkeella

$$C_{MG} = \left(\dot{\varepsilon}_{c,min}\right)^{k_{MG}} t_{rup}, \tag{114}$$

jossa $\dot{\varepsilon}_{c,min}$ on yksiakselisessa virumiskokeessa määritettävä virumisen sekundäärivaiheen vähimmäisvirumisnopeus ja k_{MG} Monkman-Grant-hypoteesin eksponentti. Monkman-Grant-hypoteesin eksponentti k_{MG} on virumiskoetulosten perusteella tyypillisesti likimain 1,0 ja se vaihtelee eri materiaaleilla yleensä välillä 0,7–2,0. Monkman-Grant parametrin C_{MG} arvo on käytännössä materiaalivakio, joka riippuu vain vähän virumisen lämpötilasta ja jännityksestä, joten parametrin avulla voidaan arvioida helposti vähimmäisvirumisnopeuden ja virumismurtoajan yhteyttä yksiakselisessa jännitystilassa. Monkman-Grant-parametrin arvo antaa myös estimaatin materiaalin virumismurtovenymästä, mikäli eksponentin k_{MG} arvo on yksi ja virumisen tertiäärivaiheen venymä jätetään huomioimatta. (François et al. 2013, s. 429; Kassner 2009, s. 223)

Olettamalla Monkman-Grant-hypoteesin eksponentin k_{MG} arvoksi yksi, saadaan johdetulle materiaalimallin versiolle 1 Monkman-Grant-parametri lausekkeiden (96) ja (102) avulla muotoon

$$C_{MG} = \frac{1}{k+2r+1}\frac{t_d h_c}{t_c h_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{p-2r}, \tag{115}$$

jossa vähimmäisvirumisnopeutena on käytetty lausekkeen (96) mukaista virumisnopeutta materiaalin vaurioitumattomassa tilassa, jolloin pätee yhtälö $\omega = 1$. Lausekkeen (115) mukaisesti Monkman-Grant-parametrin arvo ei riipu jännityksestä, kun pätee riippuvuus $2r = p$, joka on Monkman-Grant-parametrin vähäisen jännitysriippuvuuden perusteella virumiskokeissa havaittu yhteys (François et al. 2013, s. 429). Lisäksi Monkman-Grant-parametrin lämpötilariippumattomuuden saavuttamiseksi vaaditaan yhteys

$$\frac{1}{k+2r+1}\frac{t_d h_c}{t_c h_d} = \text{vakio}. \tag{116}$$

Kehitetty materiaalimallin versio 2 formuloidaan siten, että se toteuttaa materiaalimallin versiosta 1 poiketen aina Monkman-Grant-hypoteesin, vaikkakin materiaalimallin versio 2 on muutoin merkittäviltä osin identtinen version 1 kanssa. Monkman-Grant-hypoteesin toteuttamiseksi materiaalimallin dissipaatiopotentiaalin lausekkeen vaurionkasvun huomioiva osa määritellään materiaalimallin version 2 tapauksessa lausekkeesta (80) poiketen lausekkeella

$$\varphi_d(Y;T,\omega) = \frac{h_c}{\left(\frac{1}{2}p+1\right)(k+p+1)}\frac{Y_r}{t_d\omega^k}\left(\frac{Y}{Y_r}\right)^{\frac{1}{2}p+1}. \tag{117}$$

Eheyden muutosnopeuden lausekkeen (70) $\dot{\omega} = -\partial\varphi/\partial Y$ perusteella materiaalimallin version 2 tapauksessa eheyden muutosnopeudelle saadaan lausekkeesta (117) lauseke

$$\dot{\omega} = -\frac{h_c}{(k+p+1)t_d\omega^k}\left(\frac{Y}{Y_r}\right)^{\frac{1}{2}p}. \tag{118}$$

Materiaalimallin version 2 tapauksessa referenssijännityksen σ_r arvoksi valitaan materiaalimallin version 1 tapaan lujittumaton myötöjännitys σ_{y0}, jolloin lausekkeita (98) ja

(99) hyödyntämällä eheyden muutosnopeuden lausekkeelle yksiakselisessa vetojännitystilassa saadaan nyt muoto

$$\dot{\omega} = -\frac{h_c}{(k+p+1)t_d\omega^{k+p}}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p. \tag{119}$$

(Kouhia & Saksala 2016, s. 15)

Materiaalimallin version 1 yhtälöiden johtamisessa tehdyn oletuksen mukaisesti virumiskokeissa esiintyvä vetojännitys oletetaan vakioksi, jolloin lauseke (119) integroimalla eheyden lausekkeeksi ajan funktiona saadaan

$$\omega = \left[1 - \frac{h_c}{t_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p t\right]^{1/(k+p+1)}. \tag{120}$$

Lausekkeesta (120) voidaan myös ratkaista materiaalimallin version 2 ennustama virumismurtoaika tilanteessa, jossa materiaali on täysin vaurioitunutta eli kun pätee lauseke $\omega = 0$. Virumismurtoajan lausekkeeksi saadaan

$$t_{rup} = \frac{t_d}{h_c}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{-p}. \tag{121}$$

(Kouhia & Saksala 2016, s. 15)

Yksiakselisessa virumiskokeessa esiintyvän virumisnopeuden $\dot{\varepsilon}_c$ lauseke ajan t funktiona saadaan johdettua materiaalimallin versiolle 2 mallin version 1 tavoin sijoittamalla eheyden ω lauseke (120) lausekkeeseen (96), jolloin virumisnopeudelle saadaan lauseke

$$\dot{\varepsilon}_c = \frac{h_c}{t_c}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p \left[1 - \frac{h_c}{t_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p t\right]^{-\frac{p}{k+p+1}}. \tag{122}$$

Lauseke (122) integroimalla virumisvenymälle saadaan ajan funktiona lauseke

$$\varepsilon_c = \frac{k+p+1}{k+1}\frac{t_d}{t_c}\left\{1 - \left[1 - \frac{h_c}{t_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p t\right]^{\frac{k+1}{k+p+1}}\right\}. \tag{123}$$

Sijoittamalla virumismurtoajan lauseke (121) virumisvenymän lausekkeeseen (123) ja lisäämällä lausekkeeseen (123) virumisvenymän elastinen venymäosuus σ/E saadaan materiaalimallin version 2 tapauksessa kokonaisvirumismurtovenymälle lauseke

$$\varepsilon_{rup} = \frac{\sigma}{E} + \frac{k+p+1}{k+1}\frac{t_d}{t_c}. \tag{124}$$

Lausekkeet (96) ja (121) Monkman-Grant-hypoteesin lausekkeeseen (114) sijoittamalla saadaan materiaalimallin version 2 tapauksessa Monkman-Grant-parametrille vakioarvo

$$C_{MG} = \frac{t_d}{t_c}, \tag{125}$$

kun vähimmäisvirumisnopeus $\dot{\varepsilon}_{c,min}$ määritetään lausekkeella (96) materiaalin vaurioitumattomassa tilassa, jossa pätee yhtälö $\omega = 1$. (Kouhia & Saksala 2016, s. 15)

Materiaalimallin version 2 lausekkeita voidaan yksinkertaistaa materiaalimallin version 1 tavoin huomioimalla Nortonin virumismallissa ja Kachanov-Rabotnov-vauriomallissa materiaalimallin version 2 tapauksessa esiintyvä yhteys $k = 2$ (Lemaitre 1996, s. 124, 125). Tämä huomioimalla lausekkeista (119)–(123) saadaan eliminoitua parametri k, jolloin lausekkeet saadaan muotoon

$$\dot{\omega} = -\frac{h_c}{(p+3)t_d\omega^{p+2}}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p, \tag{126}$$

$$\omega = \left[1 - \frac{h_c}{t_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p t\right]^{1/(p+3)}, \tag{127}$$

$$\dot{\varepsilon}_c = \frac{h_c}{t_c}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p \left[1 - \frac{h_c}{t_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p t\right]^{-\frac{p}{p+3}}, \tag{128}$$

$$\varepsilon_c = \frac{p+3}{3}\frac{t_d}{t_c}\left\{1 - \left[1 - \frac{h_c}{t_d}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p t\right]^{\frac{3}{p+3}}\right\}, \tag{129}$$

$$t_{rup} = \frac{t_d}{h_c}\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{-p}. \tag{130}$$

Materiaalimallin version 2 lausekkeissa parametri p on valittu materiaalimallin version 1 tavoin lämpötilasta lineaarisesti riippuvaksi, jolloin se esitetään lausekkeella (112). Materiaalimallin version 2 virumiskokeiden tulosten perusteella määritettäviä parametreja on materiaalimallin yhtälöiden mukaisesti yhteensä viisi ja ne ovat virumismuodonmuutoksen ja vaurionkasvun karakteristiset ajat t_c ja t_d, virumisen aktivaatioenergia Q_c, parametrin p referenssiarvo p_r sekä termin p lämpötilariippuvuutta kuvaava parametri a_r. Materiaalimallin version 1 tavoin aktivaatioenergian Q_c määrittämisen sijasta voidaan myös materiaalimallin version 2 tapauksessa määrittää suoraan skaalattu aktivaatioenergia $q_c = Q_c/R_g$, jota voidaan käyttää lausekkeessa (83).

4.3 Numeerinen ratkaisu implisiittisellä ratkaisualgoritmilla

Muodostetun viskoplastisen materiaalimallin konstitutiiviset yhtälöt ratkaistaan käytännön tapauksissa numeerisesti elementtimenetelmäohjelmistolla. Elementtimenetelmään perustuva iteratiivinen ratkaisu voidaan toteuttaa joko implisiittisellä tai eksplisiittisellä ratkaisualgoritmilla. Näistä implisiittistä ratkaisualgoritmia käytetään yleensä pitkäkestoisia ja hitaita ilmiöitä kuvaavien mallien kuten tässä tapauksessa virumismallin ratkaisemiseen, sillä implisiittinen ratkaisualgoritmi on ehdottomasti stabiili kaikilla aika-askelpituuksilla, mikä mahdollistaa myös pitkien aika-askelten käytön. Eksplisiittistä ratkaisualgoritmia puolestaan käytetään yleensä nopeita ja lyhytkestoisia ilmiöitä kuten räjähdyksiä simuloivien mallien ratkaisemiseen, sillä ratkaisualgoritmi on ehdollisesti stabiili ja edellyttää implisiittiseen algoritmiin verrattuna suhteellisen lyhyen aika-askeleen käyttämistä ratkaisupolun stabiiliuden säilyttämiseksi. (Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 509–516)

Kehitetyssä materiaalimallissa on valittu käytettäväksi implisiittinen ratkaisualgoritmi, sillä se on yleinen plastisten ja viskoplastisten materiaalimallien ratkaisemisessa ja mahdollistaa pitkän aika-askeleen käytön, mikä lyhentää laskentamallin ratkaisuaikaa (Kouhia & Saksala 2016, s. 22). Lisäksi sen erityisenä etuna vauriomuuttujan sisältävän materiaalimallin ratkaisemisessa on ratkaisualgoritmin erityispiirre, josta johtuen se ennustaa vaurion ja virumisvenymän aina konservatiivisesti analyyttista ratkaisua suuremmiksi ja ratkaisun virhe kasvaa aika-askeleen pituutta kasvatettaessa. Toisaalta ratkaisu lähestyy analyyttista tarkkaa ratkaisua aika-askeleen pituutta pienennettäessä, joten ratkaisualgoritmilla saadaan varmalla puolella olevia tuloksia materiaalin vaurioitumisasteesta ja virumisvenymästä pitkää aika-askelta käytettäessä, mutta tuloksia voidaan tarkentaa aika-askelta lyhentämällä. Vaikka implisiittinen ratkaisualgoritmi on yleisesti ehdottomasti stabiili (Ottosen & Ristinmaa 2005, s. 515), kehitetyn materiaalin vaurioitumisen huomioivan materiaalimallin tapauksessa stabiiliuden käsite on kuitenkin merkityksetön vaurionkasvun eksponentiaalisesta luonteesta johtuen.

Materiaalimallin konstitutiivisten yhtälöiden (84) ja (86) numeerista ratkaisemista varten ne kirjoitetaan matriisimuodossa jännitystensorin muutosnopeutta ja eheyden muutosnopeutta kuvaavien funktioiden $\boldsymbol{f_\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \omega)$ ja $f_\omega(\boldsymbol{\sigma}, \omega)$ avulla, jolloin funktiot ovat

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{f_\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \omega), \tag{131}$$

$$\dot{\omega} = f_\omega(\boldsymbol{\sigma}, \omega). \tag{132}$$

Funktioksi $\boldsymbol{f_\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \omega)$ saadaan nyt lausekkeesta (84)

$$\boldsymbol{f_\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \omega) = \omega \boldsymbol{C}_e \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e + \dot{\omega} \boldsymbol{C}_e \boldsymbol{\varepsilon}_e + \omega \dot{\boldsymbol{C}}_e \boldsymbol{\varepsilon}_e, \tag{133}$$

jota voidaan edelleen lausekkeiden (62) ja (84) avulla muokata muotoon

$$\boldsymbol{f_\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \omega) = \omega \boldsymbol{C}_e (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_c) + \left(\frac{\dot{\omega}}{\omega} \boldsymbol{C}_e + \omega \dot{T} \frac{\partial \boldsymbol{C}_e}{\partial T} \right) \boldsymbol{C}_e^{-1} \boldsymbol{\sigma}. \tag{134}$$

(Kouhia & Saksala 2016, s. 23) Lausekkeen (134) termeistä termin $\omega \dot{T} \partial \boldsymbol{C}_e / \partial T$ vaikutus jännitystensorin muutosnopeutta kuvaavan funktion $\boldsymbol{f_\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \omega)$ arvoon on hitailla lämpötilan muutosnopeuksilla hyvin vähäinen, joten tämän materiaalimallin ratkaisualgoritmin tapauksessa sen vaikutus on jätetty huomioimatta, jolloin lauseke (134) pelkistyy muotoon

$$\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma}, \omega) = \omega \boldsymbol{C}_e(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_c) + \frac{\dot{\omega}}{\omega}\boldsymbol{\sigma}. \tag{135}$$

Funktiolle $f_\omega(\boldsymbol{\sigma}, \omega)$ puolestaan saadaan lauseketta (86) vastaava muoto

$$f_\omega(\boldsymbol{\sigma}, \omega) = -\frac{h_d}{t_d \omega^k}\left(\frac{Y}{Y_r}\right)^r \tag{136}$$

(Kouhia & Saksala 2016, s. 23).

Saatu epälineaarinen yhtälösysteemi (135)–(136) ratkaistaan Newtonin menetelmällä linearisoituna implisiittisellä Eulerin ratkaisualgoritmilla, jolloin lineaariseksi ratkaistavaksi matriisiyhtälöksi saadaan

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{11} & \boldsymbol{h}_{12} \\ \boldsymbol{h}_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta\boldsymbol{\sigma} \\ \delta\omega \end{Bmatrix} = \Delta t \begin{Bmatrix} \boldsymbol{f}_\sigma \\ f_\omega \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Delta\boldsymbol{\sigma} \\ \Delta\omega \end{Bmatrix}, \tag{137}$$

jossa termit $\boldsymbol{H}_{11}$, $\boldsymbol{h}_{12}$, $\boldsymbol{h}_{21}$ ja H_{22} määritellään lausekkeilla

$$\boldsymbol{H}_{11} = \boldsymbol{I} - \Delta t \frac{\partial \boldsymbol{f}_\sigma}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \tag{138}$$

$$\boldsymbol{h}_{12} = -\Delta t \frac{\partial \boldsymbol{f}_\sigma}{\partial \boldsymbol{\omega}}, \tag{139}$$

$$\boldsymbol{h}_{21} = -\Delta t \frac{\partial f_\omega}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \tag{140}$$

$$H_{22} = 1 - \Delta t \frac{\partial f_\omega}{\partial \omega}. \tag{141}$$

Lausekkeissa (138)–(141) $\boldsymbol{I}$ on identiteettimatriisi ja Δt ratkaisussa käytetyn tarkasteltavan aika-askeleen pituus. Termit $\delta\boldsymbol{\sigma}$ ja $\delta\omega$ ovat jännitystensorin ja eheyden iteratiivisia muutoksia iteraatioaskelten välillä ratkaisualgoritmin iteroinnissa. Termit $\Delta\boldsymbol{\sigma}$ ja $\Delta\omega$ ovat puolestaan jännitystensorin ja eheyden inkrementaalisia muutoksia aika-askelten välillä. Jännitystensorin ja eheyden sekä niiden inkrementaalisten muutosten määritelmät ratkaisualgoritmissa esitetään lausekkeilla

$$\boldsymbol{\sigma}_n^{i+1} = \boldsymbol{\sigma}_n^i + \delta\boldsymbol{\sigma}_n^i, \tag{142}$$

$$\omega_n^{i+1} = \omega_n^i + \delta\omega_n^i, \tag{143}$$

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}_n^i = \boldsymbol{\sigma}_n^i - \boldsymbol{\sigma}_{n-1}, \tag{144}$$

$$\Delta\omega_n^i = \omega_n^i - \omega_{n-1}. \tag{145}$$

Lausekkeissa (142)–(145) alaindeksi viittaa ratkaisun aika-askeleeseen ja yläindeksi iteroinnin iteraatioaskeleeseen. (Kouhia & Saksala 2016, s. 23)

Globaali epälineaarisen algebrallisen systeemin tasapainoiterointiin tarvittava materiaalimallin jakobin matriisi saadaan lausekkeella

$$\boldsymbol{C}_{alg} = \omega \widetilde{\boldsymbol{H}}_{11}^{-1} \boldsymbol{C}_{e}, \tag{146}$$

jossa matriisi $\widetilde{\boldsymbol{H}}_{11}$ määritellään lausekkeella

$$\widetilde{\boldsymbol{H}}_{11} = \boldsymbol{H}_{11} - \boldsymbol{h}_{12} \frac{1}{H_{22}} \boldsymbol{h}_{21}^{\mathrm{T}}. \tag{147}$$

Lausekkeesta (146) havaitaan jakobin matriisin olevan siinä esiintyvästä eheydestä ω johtuen epäsymmetrinen. (Kouhia & Saksala 2016, s. 24)

5 MATERIAALIMALLIN VALIDOINTI

Kehitettyä materiaalimallia käytetään lämpötilassa 550 °C toimivan voimalaitoskattilan tulistinkammion väsymisen ja virumisen analysointiin, joten kehitetyn materiaalimallin versioiden parametrit määritetään siten, että ne soveltuvat erityisesti virumisväsymisen analysointiin lämpötila-alueella 500–600 °C. Tässä luvussa esitetään diplomityössä tutkittavien painelaiteterästen SA-213 T24 ja SA-335 P91 keskeisimmät mekaaniset ominaisuudet sekä kehitetyn materiaalimallin versioiden parametrien määritys näiden painelaiteterästen tapauksessa. Lisäksi luvussa tutkitaan kehitetyn materiaalimallin versioiden tuottamien analyyttisesti ratkaistavissa olevien virumistulosten virhettä materiaalivalmistajien esittämiin virumiskokeiden tuloksiin verrattuna. Luvun lopussa esitetään myös kehitetyn materiaalimallin versioiden FEM-formulaatioiden tuottamien tulosten validointi vertaamalla FEM-formulaation tuottamia tuloksia muilla kirjallisuudessa esitetyillä menetelmillä saataviin tuloksiin.

5.1 Tutkittavat teräkset ja niiden materiaaliominaisuudet

Tässä diplomityössä tutkitaan Amerikassa ja muualla Euroopan ulkopuolella yleisesti käytettävän höyrykattiloiden suunnittelustandardin ASME Boiler and Pressure Vessel Coden mukaisten kuumalujien painelaiteterästen SA-213 T24 ja SA-335 P91 väsymistä ja virumista, kun teräksiä käytetään höyrykattilan tulistinkammiossa. Tutkittavat teräkset ovat seostettuja painelaiteteräksiä, ja teräksen SA-213 T24 merkittävimpien seosaineiden pitoisuudet on esitetty taulukossa 5.1 ja oleellisimmat mekaaniset ominaisuudet taulukossa 5.2. Taulukon 5.2 mekaanisista ominaisuuksista havaitaan sekä teräksen kimmokertoimen että myötö- ja murtolujuuksien laskevan huomattavasti lämpötilan noustessa, millä on huomattava vaikutus korkeassa lämpötilassa käytettävien paineenalaisten osien mitoitukseen. Poissonin luku teräkselle SA-213 T24 on kuitenkin 0,30 kaikissa esitetyissä lämpötiloissa, sillä ASME Boiler and Pressure Vessel Coden (2013, s. 791) mukaan teräksen SA-213 T24 Poissonin luku on 0,30 kaikissa teräkselle soveltuvissa käyttölämpötiloissa. Toisaalta tavanomaisenkaan hiiliteräksen Poissonin luku ei poikkea merkittävästi arvosta 0,3 lämpötila-alueella 20–600 °C käytännön materiaalikokeiden perusteella (Spittel et al. 2009, s. 6-2), joten valintaa voidaan pitää perusteltuna. Taulukon 5.2 pituuden lämpölaajenemiskertoimen 20 °C:ssa ilmoitetun arvon ja tarkasteltavassa lämpötilassa ilmoitetun arvon keskiarvoista myös havaitaan pituuden lämpölaajenemiskertoimen kasvavan lämpötilan noustessa, mikä on tyypillistä tavanomaisille kiinteille aineille. Pituuden lämpölaajenemiskertoimesta käytetään tyypillisesti esitettyä keskiarvoa, sillä sen avulla voidaan suoraan laskea pituudenmuutos melko tarkasti materiaalin lämmitessä 20 °C:sta tarkasteltavaan lämpötilaan.

Taulukko 5.1. Teräksen SA-213 T24 merkittävimpien seosaineiden vaaditut pitoisuudet (Arndt et al. 2000, s. 7).

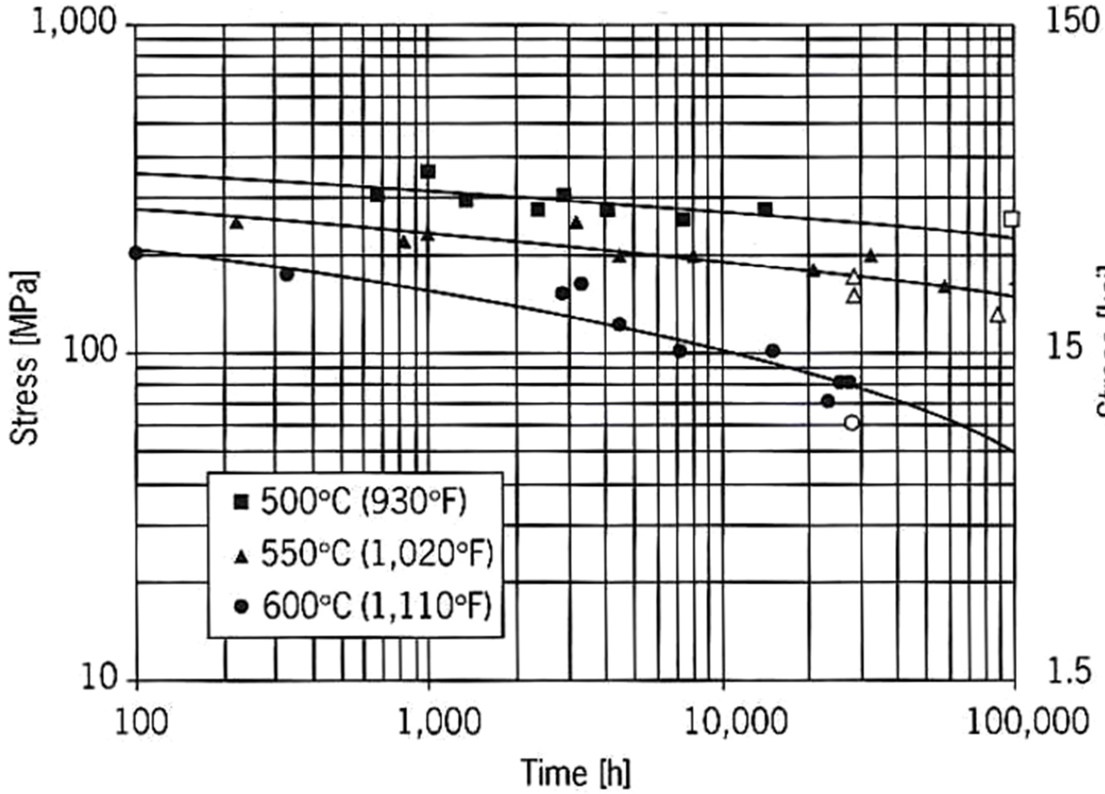
Materiaali	Vaaditut seostettujen aineiden massaosuudet (massa-%)							
	C	Mn	Si	Cr	Mo	Ti	V	B
SA-213 T24	0,05–0,10	0,30–0,70	0,15–0,45	2,2–2,6	0,90–1,10	0,05–0,10	0,20–0,30	0,0015–0,0070

Taulukko 5.2. Teräksen SA-213 T24 oleellisimmat mekaaniset ominaisuudet eri lämpötiloissa (Arndt et al. 2000, s. 8, 27).

SA-213 T24					
Lämpötila (°C)	**Kimmokerroin (GPa)**	**Poissonin luku (-)**	**Suhteellisuusraja 0,2 % (MPa)**	**Murtolujuus (MPa)**	**Pituuden lämpölaajenemiskerroin* (10^{-6}/K)**
20	211		450	585	-
100	206		417	533	11,5
200	200		393	505	12,0
300	194	0,30	379	491	12,5
400	186		365	476	13,0
500	175		344	427	13,4
550	168		321	381	13,6
600	163		268	311	13,7

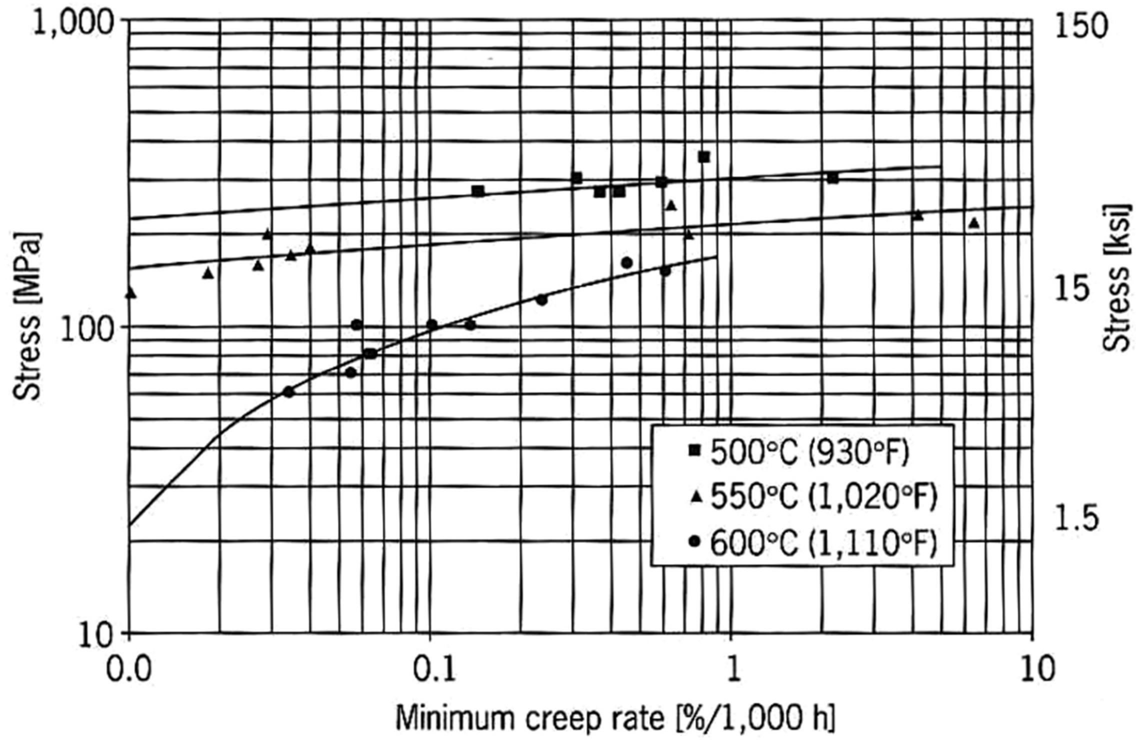
**) 20 °C:ssa ja ilmoitetussa lämpötilassa määritetyn arvon keskiarvo.*

Esitetyn termodynaamisesti konsistenttiin formulaatioon perustuvan materiaalimallin parametrit määritetään virumiskokeiden ja korkeassa lämpötilassa tehtyjen vetokokeiden tuloksista materiaalimallin version 1 tapauksessa virumisnopeuden ja virumismurtoajan lausekkeita (96) ja (111) hyödyntäen ja version 2 tapauksessa vastaavia lausekkeita (96) ja (130) hyödyntäen. Parametrien määrittämiseksi materiaaleista tarvitaan virumiskokeissa lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C eri yksiakselisen vetojännityksen arvoilla mitatut vähimmäisvirumisnopeudet ja virumismurtoajat. Näistä virumiskokeen vähimmäisvirumisnopeus tarkoittaa virumisen sekundäärivaiheen virumisnopeutta, sillä sekundäärivaiheessa virumisnopeus on alhaisimmillaan ja materiaali käytännössä vaurioitumatonta, jolloin lausekkeen (96) eheyden ω arvo on yksi. Lisäksi materiaaleista tarvitaan parametrien määrittämistä varten vastaavissa lämpötiloissa määritetyt myötöjännityksen arvot, joita käytetään referenssijännityksinä lausekkeissa (96), (111) ja (130). Tutkittavilla materiaaleilla myötöjännityksen arvoiksi on valittu vetokokeen 0,2 %:n suhteellisuusrajan jännitysarvo. Materiaalimallin versioiden parametrit on määritetty tunnettujen painelaiteteräsvalmistajien Vallourec & Mannesmann Tubesin ja Sumitomo Metal Industriesin esittämien (Arndt et al. 2000, s. 23, 24, 27; Haarmann et al. 2002, s. 24; Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 150, 153) yksiakselisten virumiskokeiden ja korkeassa lämpötilassa tehtyjen vetokokeiden tulosten perusteella, ja teräkselle SA-213 T24 virumisjännitykset eri lämpötiloissa on esitetty virumismurtoajan funktiona kuvassa 5.1. Kuvan 5.1 mukaisesti virumismurtoaika lyhenee sekä jännityksen että lämpötilan kasvaessa luvussa 3.2.1 esitetyn mukaisesti.



Kuva 5.1. *Teräksen SA-213 T24 virumiskokeiden vetojännitykset virumismurtoajan funktiona (Arndt et al. 2000, s. 23).*

Teräksen SA-213 T24 virumiskokeiden vetojännitykset eri lämpötiloissa on esitetty vähimmäisvirumisnopeuden funktiona kuvassa 5.2. Kuvasta 5.2 myös havaitaan vähimmäisvirumisnopeuden kasvavan jännitystason ja lämpötilan kasvaessa kuten virumisteorian yhteydessä luvussa 3.2.1 on esitetty.



Kuva 5.2. *Teräksen SA-213 T24 virumiskokeiden vetojännitykset vähimmäisvirumisnopeuden funktiona (Arndt et al. 2000, s. 24).*

Toisen tutkittavan teräksen, painelaiteteräksen SA-335 P91 merkittävimpien seosaineiden pitoisuudet on esitetty taulukossa 5.3. Merkittävimpänä erona terästen SA-335 P91 ja SA-213 T24 seosaineiden välillä on teräksen SA-335 P91 huomattavasti terästä SA-213 T24 suurempi kromipitoisuus. Teräksen SA-335 P91 oleellisimmat mekaaniset ominaisuudet on esitetty teräksen SA-213 T24 tavoin taulukossa 5.4. Myös teräksen SA-335 P91 tapauksessa kimmokerroin ja myötö- ja murtolujuudet laskevat testauslämpötilan noustessa teräksen SA-213 T24 tavoin. Teräs SA-335 P91 on kuitenkin esitetyissä lämpötiloissa terästä SA-213 T24 hieman lujempi sekä myötö- että murtolujuuksiltaan lukuun ottamatta lämpötilaa 600 °C, jossa teräksen SA-335 P91 murtolujuus on teräksen SA-213 T24 murtolujuutta hieman alhaisempi. Teräkselle SA-335 P91 Poissonin lukuna on käytetty teräksen SA-213 T24 tavoin arvoa 0,30 ASME Boiler and Pressure Vessel Code -standardissa (2013, s. 791) esitetyn arvon mukaisesti kaikissa taulukossa 5.4 esitetyissä lämpötiloissa.

Taulukko 5.3. *Teräksen SA-335 P91 merkittävimpien seosaineiden vaaditut pitoisuudet (Haarmann et al. 2002, s. 15).*

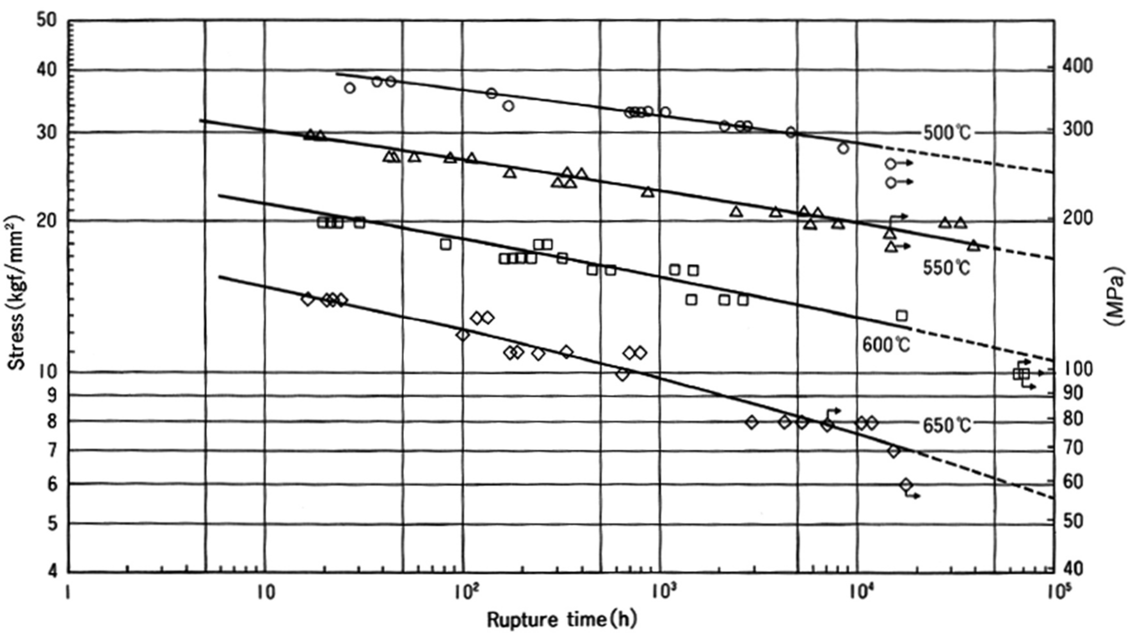
Materiaali	Vaaditut seostettujen aineiden massaosuudet (massa-%)							
	C	**Mn**	**Si**	**Cr**	**Mo**	**V**	**Nb**	**N**
SA-335 P91	0,08–0,12	0,30–0,60	0,20–0,50	8,0–9,5	0,85–1,05	0,18–0,25	0,06–0,10	0,030–0,070

Taulukko 5.4. *Teräksen SA-335 P91 oleellisimmat mekaaniset ominaisuudet eri lämpötiloissa (Haarmann et al. 2002, s. 17, 24).*

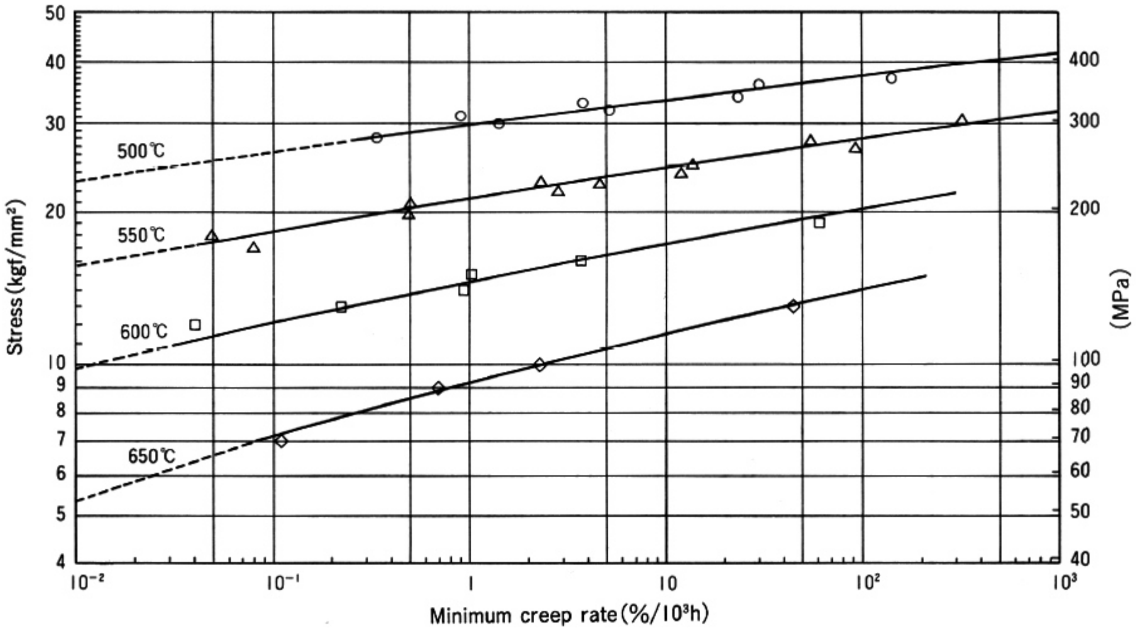
SA-335 P91					
Lämpötila (°C)	**Kimmokerroin (GPa)**	**Poissonin luku (-)**	**Suhteellisuusraja 0,2 % (MPa)**	**Murtolujuus (MPa)**	**Pituuden lämpölaajenemiskerroin* (10^{-6}/K)**
20	218		480	640	-
100	213		440	600	10,9
200	207		430	575	11,3
300	199	0,30	415	550	11,7
400	190		390	510	12,0
500	181		370	440	12,3
550	175		340	390	12,4
600	168		275	300	12,6

**) 20 °C:ssa ja ilmoitetussa lämpötilassa määritetyn arvon keskiarvo.*

Teräksen SA-213 T24 mukaisesti teräksen SA-335 P91 yksiakselisten virumiskokeiden jännitykset on esitetty kuvassa 5.3 eri lämpötiloissa virumismurtoajan funktiona viskoplastisen materiaalimallin parametrien määrittämistä varten. Kuvasta 5.3 havaitaan myös selvästi virumismurtoajan lyheneminen jännitystason ja virumislämpötilan kasvaessa. Kuvassa 5.4 on esitetty teräksen SA-335 P91 virumiskokeiden jännitykset eri lämpötiloissa vähimmäisvirumisnopeuden funktiona. Myös kuvasta 5.4 havaitaan selkeästi vähimmäisvirumisnopeuden kasvu jännitystason ja lämpötilan kasvaessa.



Kuva 5.3. *Teräksen SA-335 P91 virumiskokeiden vetojännitykset virumismurtoajan funktiona (Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 150).*



Kuva 5.4. *Teräksen SA-335 P91 virumiskokeiden vetojännitykset vähimmäisvirumisnopeuden funktiona (Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 153).*

Kokonaisuudessaan teräksen SA-335 P91 virumisominaisuuksien havaitaan olevan esitettyjen virumismurtoaikojen perusteella arvioituna hieman terästä SA-213 T24 paremmat, sillä teräksen SA-335 P91 virumismurtoajat lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C ovat pidempiä kuin teräksen SA-213 T24 virumismurtoajat samoilla virumisjännityksillä ja samoissa lämpötiloissa. Teräksen SA-335 P91 vähimmäisvirumisnopeudet ovat myös teräksen SA-213 T24 vähimmäisvirumisnopeuksia selkeästi alhaisempia samoilla jännitystasoilla erityisesti lämpötilassa 600 °C, jossa materiaalien virumisominaisuuksien ero ilmenee selkeimmin.

5.2 Materiaalimallin parametrien määritys

Kehitettyjen materiaalimallin versioiden parametrit on määritetty materiaalivalmistajien ilmoittamien virumismurtoaikojen, vähimmäisvirumisnopeuksien ja korkeassa lämpötilassa tehtyjen vetokokeiden tulosten perusteella minimoimalla materiaalimallin yhtälöillä ilmoitettuihin koetuloksiin tehdyn sovitteen virhe. Materiaalimallin versioiden parametrit on määritetty tarkasti vain lämpötiloissa 500 °C, 550 °C ja 600 °C ja lämpötilasta lämpötilavälillä 500–600 °C lineaarisesti riippuvien materiaalimallin version 1 parametrien p ja r ja version 2 parametrin p arvot on ekstrapoloitu lineaarisesti alhaisempiin lämpötiloihin. Parametrien arvojen lineaariseen ekstrapolointiin on päädytty 500 °C:tta alhaisemmissa lämpötiloissa, koska tutkittavista teräksistä ei ole saatavilla virumiskokeiden tuloksia alhaisemmissa lämpötiloissa eikä toisaalta virumista voida pitää tutkittavien kaltaisilla kuumalujilla teräksillä erityisen merkittävänä alle 500 °C:een lämpötiloissa. Parametrien p ja r lineaarinen ekstrapolointi 500 °C:tta alhaisempiin lämpötiloihin ei käytännössä aiheuta merkittävää virhettä tuloksiin, koska materiaalimallin versioilla analysoidaan virumisväsymistä vain lämpötila-alueella 500–600 °C, eikä niillä tarkastella materiaalin plastista muodonmuutosta tätä alhaisemmissa lämpötiloissa.

Materiaalimallin version 1 parametrien määritys teräkselle SA-213 T24 on esitetty liitteessä A ja saadut parametrit on koottu taulukkoon 5.5 lämpötila-alueella 20–600 °C. Parametrit on määritetty teräksen SA-213 T24 tapauksessa taulukon 5.2 suhteellisuusrajan jännitysarvojen ja kuvien 5.1 ja 5.2 virumismurtoaikojen ja vähimmäisvirumisnopeuksien perusteella lausekkeita (96) ja (111) hyödyntäen. Materiaalimallin versio 1 parametrit on määritetty teräkselle SA-335 P91 täysin vastaavasti kuin liitteessä A teräksen SA-213 T24 tapauksessa on esitetty ja saadut teräksen SA-335 P91 parametrit on esitetty taulukossa 5.6. Teräksen SA-335 P91 materiaalimallin version 1 parametrien määrityksessä on käytetty taulukossa 5.4 esitettyjä suhteellisuusrajan jännitysarvoja ja kuvista 5.3 ja 5.4 määritettyjä virumismurtoaikoja ja vähimmäisvirumisnopeuksia lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C, joiden määritetyt arvot on esitetty materiaalimallin tulosten verifioinnin yhteydessä taulukossa 5.12.

Taulukko 5.5. *Materiaalimallin version 1 parametrit teräkselle SA-213 T24 eri lämpötiloissa.*

Lämpötila (°C)	***E* (GPa)**	**ν (-)**	**σ_y (MPa)**	***p* (-)**	***r* (-)**	**t_c (s)**	**t_d (s)**	**q_c (K)**	**q_d (K)**
20	211	0,3	450	58,98	29,71	15474,8	0,0319125	6268,51	15416,2
100	206		417	51,47	25,94				
200	200		393	42,07	21,23				
300	194		379	32,68	16,53				
400	186		365	23,29	11,82				
500	175		344	13,89	7,109				
550	168		306	9,195	4,755				
600	163		268	4,498	2,401				

Taulukko 5.6. *Materiaalimallin version 1 parametrit teräkselle SA-335 P91 eri lämpötiloissa.*

Lämpötila (°C)	***E* (GPa)**	**ν (-)**	**σ_y (MPa)**	***p* (-)**	***r* (-)**	**t_c (s)**	**t_d (s)**	**q_c (K)**	**q_d (K)**
20	218	0,3	480	49,45	23,17	$6{,}29368 \cdot 10^{-13}$	$6{,}11671 \cdot 10^{-15}$	33190,7	36941,0
100	213		440	44,64	20,92				
200	207		430	38,63	18,12				
300	199		415	32,62	15,32				
400	190		390	26,61	12,52				
500	181		370	20,60	9,715				
550	175		323	17,60	8,314				
600	168		275	14,59	6,913				

Materiaalivalmistajilta saatujen tarkasteltavien materiaalien virumismurtoaikojen, vähimmäisvirumisnopeuksien ja korkeassa lämpötilassa tehtyjen vetokokeiden tulosten perusteella on myös määritetty materiaalimallin version 2 parametrit. Parametrien määrityksessä on materiaalimallin version 1 tavoin minimoitu materiaalimallin yhtälöillä (96) ja (130) ilmoitettuihin virumiskokeiden tuloksiin tehdyn sovitteen virhe. Mallin version 2 parametrien määritys on esitetty liitteessä B teräkselle SA-213 T24 ja saadut parametrit on esitetty taulukossa 5.7. Materiaalimallin version 2 tapauksessa parametrit on määritetty teräkselle SA-213 T24 taulukon 5.2 suhteellisuusrajan jännitysarvojen ja kuvien 5.1 ja 5.2 virumismurtoaikojen ja vähimmäisvirumisnopeuksien perusteella ja käytetyt arvot ovat identtisiä teräksen materiaalimallin version 1 kanssa. Myös materiaalimallin version 2 tapauksessa parametrin p arvot on ekstrapoloitu lineaarisesti lämpötilavälille 20–400°C lämpötila-alueen 500–600 °C arvojen perusteella. Teräksen SA-335 P91 materiaalimallin version 2 parametrit on määritetty täysin vastaavasti kuin version 2 parametrit teräkselle SA-213 T24 ja määritetyt parametrit on esitetty taulukossa 5.8. Teräksen SA-335 P91 parametrien määrityksessä on käytetty materiaalimallin version 1 tavoin taulukossa 5.4 esitettyjä suhteellisuusrajan jännitysarvoja ja kuvista 5.3 ja 5.4 määritettyjä vähimmäisvirumisnopeuksia ja virumismurtoaikoja lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C. Parametrien määrityksessä käytetyt vähimmäisvirumisnopeudet ja virumismurtoajat on esitetty materiaalimallin versioilla saatavien tulosten verifioinnin yhteydessä taulukossa 5.13 ja käytetyt arvot ovat samat kuin materiaalimallin version 1 tapauksessa teräkselle SA-335 P91.

Taulukko 5.7. *Materiaalimallin version 2 parametrit teräkselle SA-213 T24 eri lämpötiloissa.*

Lämpötila (°C)	E (GPa)	ν (-)	σ_y (MPa)	p (-)	t_c (s)	t_d (s)	q_c (K)
20	211		450	58,24			
100	206		417	50,85			
200	200		393	41,62			
300	194	0,3	379	32,39	862,295	12,7121	8571,43
400	186		365	23,15			
500	175		344	13,92			
550	168		306	9,301			
600	163		268	4,684			

Taulukko 5.8. *Materiaalimallin version 2 parametrit teräkselle SA-335 P91 eri lämpötiloissa.*

Lämpötila (°C)	***E* (GPa)**	**ν (-)**	**σ_y (MPa)**	***p* (-)**	**t_c (s)**	**t_d (s)**	**q_c (K)**
20	218	0,3	480	47,74	$2{,}31534 \cdot 10^{-13}$	$7{,}75705 \cdot 10^{-15}$	34138,9
100	213		440	43,12			
200	207		430	37,34			
300	199		415	31,56			
400	190		390	25,78			
500	181		370	20,00			
550	175		323	17,11			
600	168		275	14,22			

Materiaalimallin versioiden parametrien kalibroinnista havaitaan kummassakin mallin versiossa 1 ja 2 olevan virumismuodonmuutoksen karakteristisen ajan t_c arvon muuttuvan huomattavasti versioiden 1 ja 2 välillä, vaikka materiaali pysyy samana. Parametrin t_c arvon ei pitäisi fysikaalisesta näkökulmasta tarkasteltuna muuttua mallin versioiden välillä materiaalin pysyessä samana, koska parametri on materiaalivakio, joten parametrin arvon muuttumista voidaan pitää pienenä estimointirutiinista aiheutuvana teoreettisena epätarkkuutena. Parametrin t_c arvon voisi valita samaksi mallien välillä, mutta tässä työssä parametrin arvoa ei ole vakioitu, koska työssä havaitusti parametrin pitäminen vapaana muuttujana pienentää mallin versioiden kalibroinnin virhettä, mitä tässä yhteydessä on pidetty tärkeämpänä. Määritetyistä parametreista myös havaitaan materiaalimallin version 1 tapauksessa Monkman-Grant-hypoteesin jännitysriippumattomuuden toteutuvan kohtalaisen tarkasti ilman sen toteutumisen edellyttämistä rajoiteyhtälöin, sillä materiaalimallin version 1 tapauksessa pätee likimain yhteys $p = 2r$.

Materiaalimallin versioiden kalibroinnin onnistumista voidaan myös tarkastella materiaaleille eri materiaalimallin versioilla saatavien relaksaatioaikojen perusteella, jotka voidaan määrittää lausekkeella

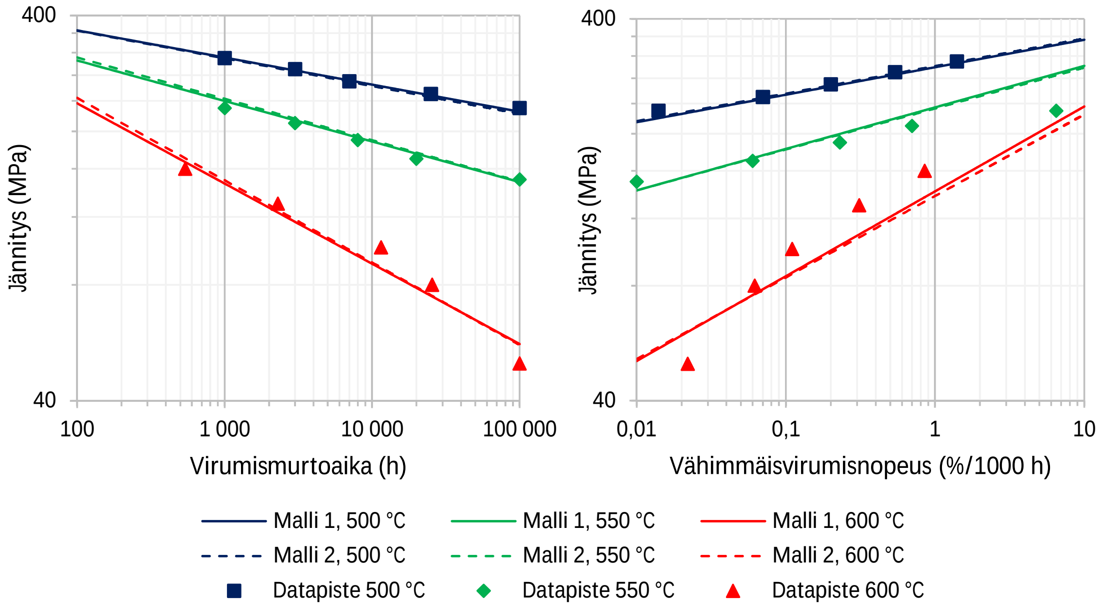
$$t_{rel} = \frac{\sigma_r t_c}{E h_c} \tag{148}$$

taulukoissa 5.5–5.8 esitettyjen materiaalimallin versioiden parametrien perusteella. Relaksaatioaika tarkoittaa aikaa, jossa jännitysten täydellinen relaksaatio materiaalin relaksaatiokokeessa tapahtuisi, mikäli jännitykset relaksoituisivat relaksaation alkunopeudella. (Irgens 2008, s. 371; Kouhia & Saksala 2016, s. 13) Lausekkeella (148) lasketut relaksaatioajat teräksille SA-213 T24 ja SA-335 P91 on esitetty taulukossa 5.9 eri materiaalimallin versioilla. Taulukon relaksaatioajoista havaitaan eri materiaalimallin versioilla tarkasteltavalle teräkselle saatavien relaksaatioaikojen olevan melko lähelle samoja lämpötilavälillä 500–600 °C, jolle materiaalimallin versiot on kalibroitu, ja tarkasteltavan materiaalin eri materiaalimallin versioilla saatavia likimain yhtäsuuria relaksaatioaikoja voidaan pitää osoituksena mallin parametrien määrityksen onnistumisesta. Alle 500 °C:een lämpötiloissa materiaalimallin eri versioilla tarkasteltavalle teräkselle saatavat relaksaatioajat poikkeavat jonkin verran toisistaan, mikä käytännössä aiheutuu materiaalimallin versioiden parametrien ekstrapoloinnista lämpötilaväliä 500–600 °C alhaisempiin lämpötiloihin ilman tarkempaa tietoa virumiskäyttäytymisestä alhaisemmissa lämpötiloissa. Vaikka terästen SA-213 T24 ja SA-335 P91 virumisominaisuudet ovatkin melko lähellä toisiaan, on terästen relaksaatioajoissa muun muassa lämpötila-alueella 500–600 °C huomattava ero. Materiaalimallin versioiden parametrien kalibrointia olisi mahdollista tarkentaa käyttämällä parametrien määrityksessä myös todellisia mitattuja relaksaatioaikoja, jolloin eri teräksille määritettävien relaksaatioaikojen välinen ero voisi pienentyä, mutta mittaustuloksia relaksaatioajoista ei tässä diplomityössä ollut käytettävissä. Relaksaatioajoista havaitaan myös yleisesti relaksaatioajan kasvavan ja siten myös relaksaationopeuden hidastuvan hyvin merkittävästi lämpötilan laskiessa, kuten virumisen ja relaksaation yleisen teorian yhteydessä luvussa 3.2.1 on esitetty.

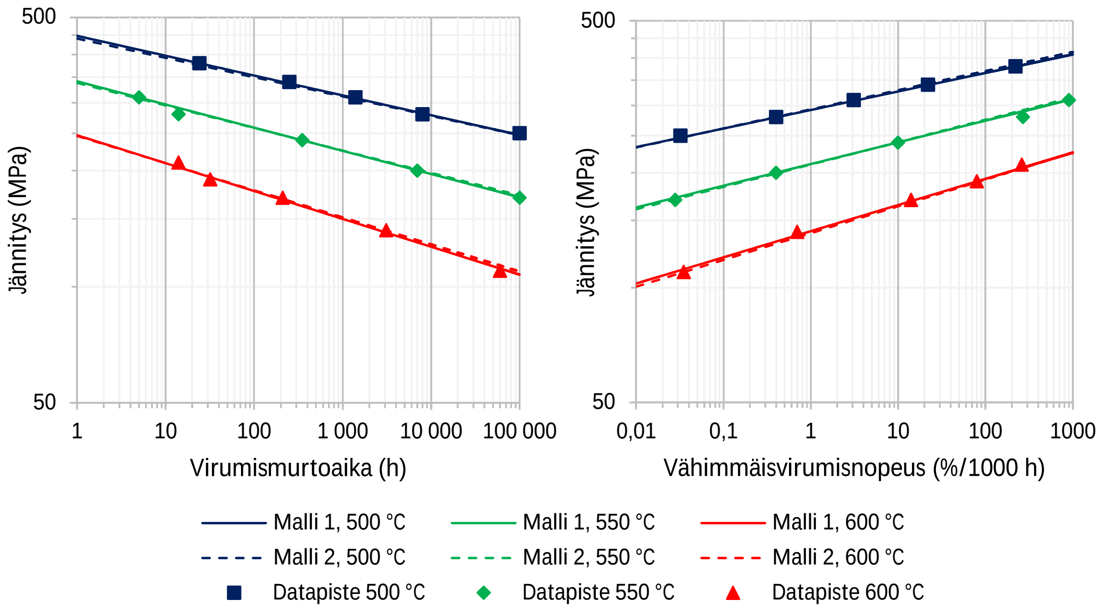
Taulukko 5.9. *Materiaalimallin versioiden tuottamat relaksaatioajat eri lämpötiloissa.*

Lämpötila (°C)	Relaksaatioaika (s)			
	SA-213 T24		SA-335 P91	
	Malli 1	Malli 2	Malli 1	Malli 2
20	$6,386 \cdot 10^{10}$	$9,182 \cdot 10^{12}$	$2,055 \cdot 10^{34}$	$1,920 \cdot 10^{35}$
100	$6,188 \cdot 10^{8}$	$1,651 \cdot 10^{10}$	$5,537 \cdot 10^{23}$	$2,586 \cdot 10^{24}$
200	$1,725 \cdot 10^{7}$	$1,249 \cdot 10^{8}$	$3,814 \cdot 10^{15}$	$1,041 \cdot 10^{16}$
300	$1,699 \cdot 10^{6}$	$5,264 \cdot 10^{6}$	$1,853 \cdot 10^{10}$	$3,564 \cdot 10^{10}$
400	336236	573379	$3,348 \cdot 10^{6}$	$5,038 \cdot 10^{6}$
500	100995	110644	5667	7107
550	57188	52283	376,5	438,3
600	33378	25997	33,23	36,22

Kuvassa 5.5 on esitetty teräksen SA-213 T24 materiaalimallin versioiden 1 ja 2 tuottamat jännitysarvot virumismurtoajan ja vähimmäisvirumisnopeuden funktiona sekä mallin versioiden parametrien määrityksessä käytetyt datapisteet. Vastaavat tulokset teräksen SA-335 P91 tapauksessa on esitetty kuvassa 5.6. Jännitykset virumismurtoajan ja vähimmäisvirumisnopeuden funktiona on laskettu materiaalimallin version 1 tapauksessa ratkaisemalla vetojännitys σ lausekkeista (109) ja (111) ja version 2 tapauksessa ratkaisemalla vetojännitys lausekkeista (128) ja (130). Vähimmäisvirumisnopeus on ratkaistu virumiskokeen alkuhetkellä tilanteessa, jossa materiaali on vaurioitumatonta, jolloin pätee $t = 0$.



Kuva 5.5. *Teräksen SA-213 T24 materiaalimallin versioiden 1 ja 2 kalibroinnin tulokset. Vasemmalla on esitetty virumisjännitykset virumismurtoajan funktiona sekä kalibroinnissa käytetyt datapisteet eri lämpötiloissa. Oikealla on esitetty virumisjännitykset vähimmäisvirumisnopeuden funktiona sekä kalibroinnissa käytetyt datapisteet eri lämpötiloissa.*



Kuva 5.6. *Teräksen SA-335 P91 materiaalimallin versioiden 1 ja 2 kalibroinnin tulokset. Vasemmalla on esitetty virumisjännitykset virumismurtoajan funktiona sekä kalibroinnissa käytetyt datapisteet eri lämpötiloissa. Oikealla on esitetty virumisjännitykset vähimmäisvirumisnopeuden funktiona sekä kalibroinnissa käytetyt datapisteet eri lämpötiloissa.*

Kuvissa 5.5 ja 5.6 esitetyistä kalibroinnin tuloksista havaitaan materiaalimallin tuottamien virumisjännitysten asettuvan virumismurtoajan ja vähimmäisvirumisnopeuden funktiona suoralle kaksoislogaritmisessa kuvaajassa. Materiaalimallin versiot 1 ja 2 tuottavat kuvien mukaisesti hyvin lähelle samoja jännitysarvoja virumismurtoajan ja vähimmäisvirumisnopeuden funktiona, mitä voidaan pitää osoituksena mallin versioiden kalibroinnin onnistumisesta. Kuvien 5.5 ja 5.6 mukaisesti materiaalimallin version 2 formulaatiossa edellytetty Monkman-Grant-hypoteesin tarkka toteutuminen ei myöskään poikkeuta mallin version 2 tuottamia tuloksia merkittävästi mallin version 1 tuottamista tuloksista, mitä voidaan pitää osoituksena Monkman-Grant-hypoteesin toteutumisesta myös käytännön virumiskokeissa. Kuvien mukaisesti muodostetut sovitteet kuvaavat melko tarkasti materiaalin todellista virumiskäyttäytymistä, mutta materiaalimalli ei pysty huomioimaan datapisteiden asettumista esitetyissä kuvaajissa teräksen SA-213 T24 tapauksessa käyrälle suoran sijaan, mikä aiheuttaa virhettä erityisesti 600 °C:een lämpötilassa teräksen SA-213 T24 materiaalimallin versioilla. Teräksen SA-335 P91 tapauksessa mallin versioiden sovitteiden virhe on kuvan 5.6 mukaisesti teräksen SA-213 T24 materiaalimallin versioita pienempi, sillä teräksen SA-335 P91 tapauksessa kuvan 5.6 kuvaajien datapisteet asettuvat varsin tarkasti suorille.

5.3 Analyyttisen materiaalimallin tulosten validointi

Materiaalimallin versioiden kalibroinnin tarkkuutta on tutkittu 1-akselisissa virumiskokeissa luvussa 5.2 esitettyjä parametreja käyttäen. Materiaalimallin versioilla saatavat vähimmäisvirumisnopeudet ja virumismurtoajat on ratkaistu materiaalimallin määrittely-yhtälöistä 1-akseliselle jännitystilalle suljetussa muodossa johdettavissa olevilla lausekkeilla, jotka materiaalimallin version 1 tapauksessa ovat lausekkeet (109) ja (111) ja version 2 tapauksessa lausekkeet (128) ja (130). Vähimmäisvirumisnopeudet on ratkaistu virumiskokeen alkuhetkellä tilanteessa, jossa materiaali on vaurioitumatonta, jolloin pätee $t = 0$.

Materiaalimallin versiolla 1 saadut teräksen SA-213 T24 vähimmäisvirumisnopeudet ja virumismurtoajat on esitetty lämpötila-alueella 500–600 °C eri virumisjännityksen arvoilla taulukossa 5.10. Taulukossa on esitetty myös materiaalivalmistajan vastaavilla virumisjännityksen arvoilla ilmoittamat vähimmäisvirumisnopeudet ja virumismurtoajat, joita on käytetty materiaalimallin versioiden parametrien määrityksessä, ja taulukkoon on laskettu materiaalimallin tuottamien tulosten virhe valmistajan ilmoittamiin arvoihin verrattuna. Vastaavat arvot teräksen SA-213 T24 materiaalimallin version 2 tapauksessa on esitetty taulukossa 5.11. Taulukoiden 5.10 ja 5.11 tuloksista havaitaan yleisesti, että materiaalimallin versiot tuottavat kohtalaisen tarkasti materiaalivalmistajan ilmoittamia arvoja vastaavia vähimmäisvirumisnopeuksia ja virumismurtoaikoja tarkastelluissa lämpötiloissa ja tarkastelluilla jännitystasoilla. Materiaalimallin versioiden tuottamien arvojen prosentuaaliset virheet materiaalivalmistajan ilmoittamiin arvoihin verrattuna ovat yleisesti suurehkoja, mutta virumismallille kohtalaisen pieniä, sillä virumismallin sovitteelle ovat tyypillisiä suurehkot prosentuaaliset virheet virumiskokeissa määritettyihin vähimmäisvirumisnopeuksiin ja virumismurtoaikoihin verrattuna. Virumismallin virheet kokeellisesti mitattuihin vähimmäisvirumisnopeuksiin ja virumismurtoaikoihin verrattuna ovat suurehkoja erityisesti tarkasteltavan lämpötila- ja jännitysalueen ollessa suuri, koska teoreettinen virumismalli ei usein huomioi virumismekanismien ja virumismurtomekanismien muuttumista virumisjännityksen ja -lämpötilan muuttuessa. Taulukoiden 5.10 ja 5.11 tuloksista havaitaan myös vähimmäisvirumisnopeuksien ja virumismurtoaikojen olevan kohtalaisen tarkasti samoja mallin versioiden 1 ja 2 välillä eri lämpötiloissa ja eri jännitystasoilla, mitä voidaan pitää hyvänä tuloksena. Kummankin mallin version tuottamien tulosten havaitaan myös noudattavan melko hyvin periaatetta, jonka mukaan mallin tuottama todellisuutta suurempi vähimmäisvirumisnopeus johtaa todellisuutta pienempään virumismurtoaikaan ja päinvastoin, mikä on seuraus onnistuneesta kalibroinnista ja Monkman-Grant-hypoteesin vähintään likimääräisestä toteutumisesta kummankin mallin version tapauksessa.

Taulukko 5.10. *Mallin version 1 vähimmäisvirumisnopeudet ja virumismurtoajat teräkselle SA-213 T24 materiaalivalmistajan (Arndt et al. 2000, s. 23, 24) ilmoittamiin arvoihin verrattuina.*

Lämpötila (°C)	**Jännitys (MPa)**	**Ilmoitettu virumisnopeus (%/1000 h)**	**Mallin virumisnopeus (%/1000 h)**	**Mallin virhe (%)**	**Ilmoitettu virumismurtoaika (h)**	**Mallin virumismurtoaika (h)**	**Mallin virhe (%)**
500	230	0,014	0,026	**86,5**	100000	73330	**-26,7**
	250	0,070	0,083	**18,8**	25000	22409	**-10,4**
	270	0,20	0,24	**21,1**	7000	7503	**7,2**
	290	0,54	0,65	**21,0**	3000	2716	**-9,5**
	310	1,4	1,7	**17,9**	1000	1052	**5,2**
550	150	0,010	0,016	**63,1**	100000	87021	**-13,0**
	170	0,060	0,052	**-14,1**	20000	26466	**32,3**
	190	0,23	0,14	**-37,7**	8000	9190	**14,9**
	210	0,70	0,36	**-48,6**	3000	3548	**18,3**
	230	6,5	0,83	**-87,2**	1000	1494	**49,4**
600	50	0,022	0,0093	**-57,7**	100000	174592	**74,6**
	80	0,062	0,077	**24,4**	25500	18274	**-28,3**
	100	0,11	0,21	**91,2**	11500	6258	**-45,6**
	130	0,31	0,68	**120,9**	2300	1775	**-22,8**
	160	0,85	1,7	**105,0**	540	655	**21,3**

Taulukko 5.11. *Mallin version 2 vähimmäisvirumisnopeudet ja virumismurtoajat teräkselle SA-213 T24 materiaalivalmistajan (Arndt et al. 2000, s. 23, 24) ilmoittamiin arvoihin verrattuina.*

Lämpö-tila (°C)	Jänni-tys (MPa)	Ilmoitettu virumis-nopeus (%/1000 h)	Mallin virumis-nopeus (%/1000 h)	Mallin virhe (%)	Ilmoitettu virumis-murtoaika (h)	Mallin virumis-murtoaika (h)	Mallin virhe (%)
500	230	0,014	0,024	**68,5**	100000	62506	**-37,5**
	250	0,070	0,075	**7,5**	25000	19585	**-21,7**
	270	0,20	0,22	**9,8**	7000	6710	**-4,1**
	290	0,54	0,59	**10,0**	3000	2482	**-17,3**
	310	1,4	1,5	**7,3**	1000	981	**-1,9**
550	150	0,010	0,017	**65,4**	100000	89138	**-10,9**
	170	0,060	0,053	**-11,7**	20000	27828	**39,1**
	190	0,23	0,15	**-35,2**	8000	9890	**23,6**
	210	0,70	0,38	**-46,0**	3000	3899	**30,0**
	230	6,5	0,88	**-86,4**	1000	1673	**67,3**
600	50	0,022	0,0088	**-60,2**	100000	168551	**68,6**
	80	0,062	0,079	**27,5**	25500	18647	**-26,9**
	100	0,11	0,22	**104,4**	11500	6557	**-43,0**
	130	0,31	0,77	**147,9**	2300	1918	**-16,6**
	160	0,85	2,0	**139,1**	540	725	**34,3**

Materiaalimallin versioilla saadut teräksen SA-335 P91 vähimmäisvirumisnopeudet ja virumismurtoajat sekä materiaalimallin versioiden kalibroinnissa käytetyt valmistajan ilmoittamat vastaavat arvot eri lämpötiloissa ja eri jännitystasoilla on esitetty taulukoissa 5.12 ja 5.13. Taulukoiden tuloksista havaitaan teräkselle SA-335 P91 tehtyjen sovitteiden keskimääräisen virheen olevan kummallakin mallin versiolla selkeästi pienempi kuin teräksen SA-213 T24 tapauksessa, mikä voidaan päätellä myös kuvista 5.5 ja 5.6 havaittavasta materiaalimallin versioiden sovitevirheestä, joka teräksen SA-335 P91 tapauksessa on selkeästi terästä SA-213 T24 pienempi. Myös teräksen SA-335 P91 tapauksessa tuloksista on havaittavissa, että kalibroidun mallin tuottama todellisuutta suurempi vähimmäisvirumisnopeus johtaa erityisesti suurien virheiden tapauksessa todellisuutta pienempään virumismurtoaikaan ja päinvastoin, kuten voidaan helposti Monkman-Grant-hypoteesin perusteella olettaa. Virumismalleilla usein ilmenevät suurehkot yksittäisissä pisteissä esiintyvät sovitevirheet huomioiden myös teräksen SA-335 P91 materiaalimallia voidaan pitää onnistuneesti kalibroituna.

Taulukko 5.12. *Mallin version 1 vähimmäisvirumisnopeudet ja virumismurtoajat teräkselle SA-335 P91 materiaalivalmistajan (Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 150, 153) ilmoittamiin arvoihin verrattuina.*

Lämpötila (°C)	**Jännitys (MPa)**	**Ilmoitettu virumisnopeus (%/1000 h)**	**Mallin virumisnopeus (%/1000 h)**	**Mallin virhe (%)**	**Ilmoitettu virumismurtoaika (h)**	**Mallin virumismurtoaika (h)**	**Mallin virhe (%)**
500	250	0,032	0,040	**26,2**	100000	82423	**-17,6**
	280	0,40	0,42	**4,2**	8000	9114	**13,9**
	310	3,1	3,4	**9,5**	1400	1261	**-9,9**
	340	22	23	**3,4**	250	210	**-16,2**
	380	220	225	**2,3**	24	24	**0,6**
550	170	0,028	0,023	**-19,5**	100000	107261	**7,3**
	200	0,40	0,39	**-1,6**	7000	7192	**2,7**
	240	10	9,7	**-2,7**	350	347	**-0,9**
	280	270	147	**-45,7**	14	27	**90,9**
	310	900	879	**-2,4**	5	5	**-1,6**
600	110	0,035	0,028	**-20,9**	60000	72564	**20,9**
	140	0,70	0,93	**33,5**	3100	2586	**-16,6**
	170	14	16	**13,4**	210	177	**-15,9**
	190	80	80	**0,6**	32	38	**18,5**
	210	260	347	**33,3**	14	10	**-32,1**

Taulukko 5.13. *Mallin version 2 vähimmäisvirumisnopeudet ja virumismurtoajat teräkselle SA-335 P91 materiaalivalmistajan (Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 150, 153) ilmoittamiin arvoihin verrattuina.*

Lämpötila (°C)	Jännitys (MPa)	Ilmoitettu virumisnopeus (%/1000 h)	Mallin virumisnopeus (%/1000 h)	Mallin virhe (%)	Ilmoitettu virumismurtoaika (h)	Mallin virumismurtoaika (h)	Mallin virhe (%)
500	250	0,032	0,041	**27,3**	100000	82250	**-17,7**
	280	0,40	0,39	**-1,8**	8000	8527	**6,6**
	310	3,1	3,0	**-2,9**	1400	1114	**-20,5**
	340	22	19	**-13,2**	250	176	**-29,8**
	380	220	177	**-19,8**	24	19	**-20,9**
550	170	0,028	0,026	**-5,6**	100000	126801	**26,8**
	200	0,40	0,43	**6,6**	7000	7861	**12,3**
	240	10	9,6	**-3,5**	350	347	**-0,8**
	280	270	135	**-50,0**	14	25	**77,4**
	310	900	770	**-14,5**	5	4	**-12,9**
600	110	0,035	0,036	**1,9**	60000	93886	**56,5**
	140	0,70	1,1	**57,3**	3100	3042	**-1,9**
	170	14	17	**24,4**	210	192	**-8,4**
	190	80	85	**5,9**	32	40	**23,6**
	210	260	352	**35,2**	14	10	**-31,9**

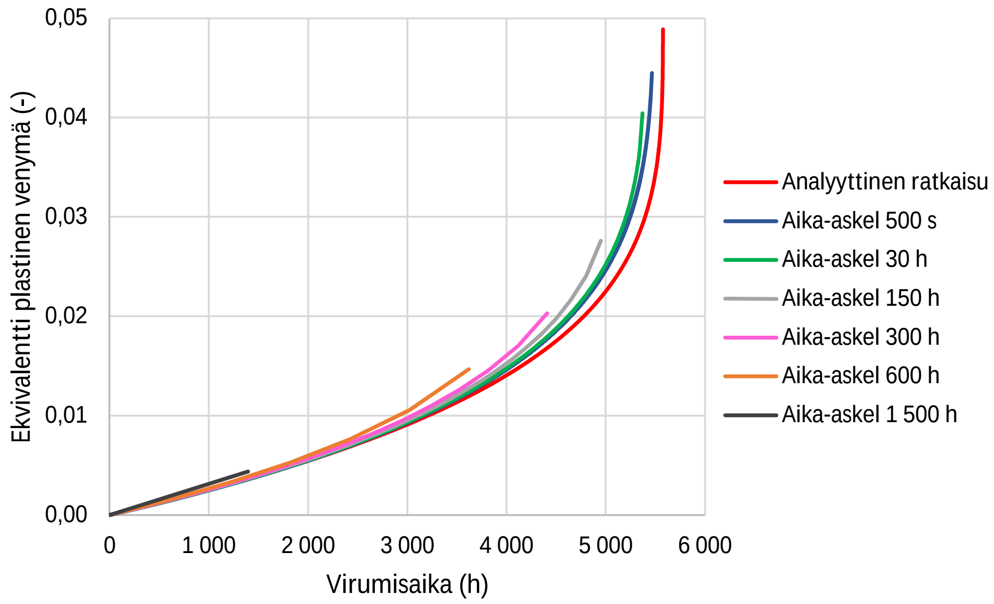
Kokonaisuudessaan kummallekin tarkasteltavalle painelaiteteräkselle kalibroitujen materiaalimallin versioiden tarkkuuksia voidaan esitettyjen tulosten perusteella pitää virumismallin tapauksessa hyvinä ja malleja siten soveltuvina käytännön analyyseihin. Materiaalimallin versioiden tuottamia tuloksia valmistajien ilmoittamiin tuloksiin verrattaessa on myös huomattava, että työssä käytettyjen virumiskokeiden tulosten esitysmuodosta johtuen materiaalivalmistajien ilmoittamat vähimmäisvirumisnopeudet ja virumismurtoajat on arvioitu logaritmisten kuvaajien perusteella, joten myös käytetyissä materiaalivalmistajien ilmoittamissa vertailuarvoissa on pientä epätarkkuutta todellisiin laboratoriotuloksiin verrattuna.

5.4 Mallin FEM-formulaation tulosten validointi

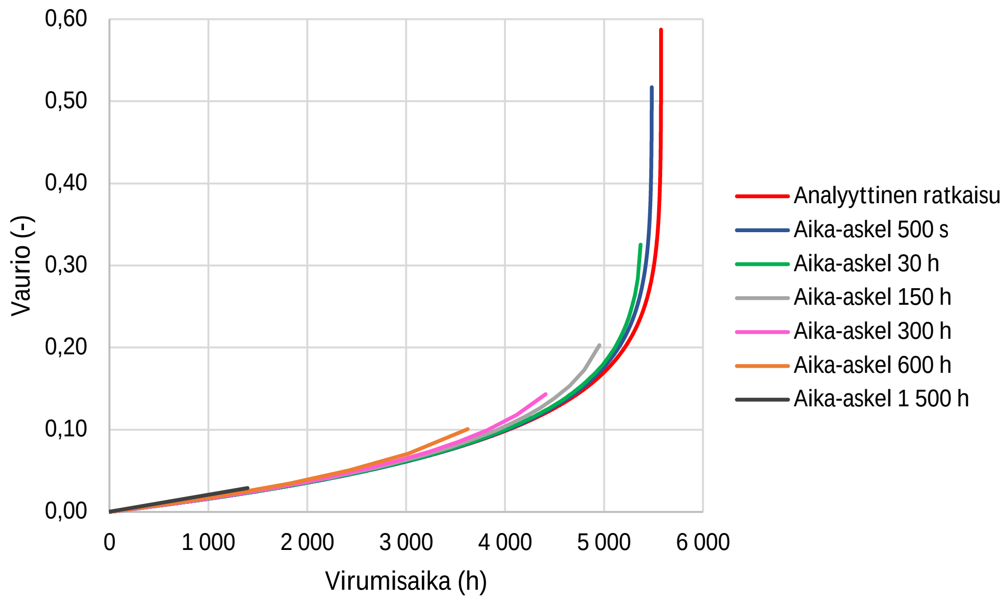
Kehitetyt kontinuumielementeille soveltuvat materiaalimallin versiot on otettu käyttöön Ansys 16.1 -elementtimenetelmäohjelmistossa käyttäjän ohjelmoimina USERMAT-materiaalimalleina. Materiaalimallin versioiden FEM-formulaatioiden tuottamien tulosten validointi esitetään tässä luvussa yksinkertaisilla laskentamalleilla tehdyissä esimerkkitapauksissa. Materiaalimallin versiot validoidaan eripituisilla aika-askeleilla, erilaisissa jännitystiloissa ja erityyppisissä virumisväsymiskuormituksissa saatavien tulosten perusteella vertaamalla tuloksia kirjallisuudessa esitettyjen muiden menetelmien tuottamiin tuloksiin. Materiaalimallin versioilla saatavat oleellisimmat tulokset ovat ekvivalentti plastinen venymä ja vaurion arvo, joten päähuomio kiinnitetään näihin tulossuureisiin. Tämän luvun laskelmat on tehty yhden elementin laskentamalleilla, koska se vähentää laskenta-aikaa eikä useamman elementin käyttäminen paranna tuloksia tämän kaltaisissa analyyseissa, joissa koko elementissä on vakiojännitystila. Kehitetyllä materiaalimallilla tehdyt laskelmat ja Ansyksen sisäänrakennetuilla materiaalimalleilla tehdyt vertailulaskelmat on tehty tämän luvun tapauksessa Ansyksen 8-solmuista SOLID185-kontinuumielementtiä (Ansys, Inc 2015, s. 537) käyttäen, sillä yhden elementin laskentamalleissa välisolmullisten elementtien käyttö Ansyksessa ei ole mahdollista.

5.4.1 Aika-askelpituuden ja kuormitusnopeuden vaikutus

Luvussa 4.3 esitetysti kehitetyn materiaalimallin tuottamat tulokset riippuvat käytetyn implisiittisen ratkaisualgoritmin vuoksi osittain käytetystä aika-askelpituudesta. Aika-askelpituuden tuloksiin aiheuttaman vaikutuksen selvittämiseksi työssä on tehty virumiskokeita yhden elementin geometrisesti lineaarisella FEM-mallilla yksiakselisessa jännitystilassa eri aika-askelpituuksilla. Analyysien geometrisesta lineaarisuudesta johtuen virumisvenymästä aiheutuva kuormaakantavan poikkileikkauksen pinta-alan pieneneminen ei kasvata mallin todellista jännitystasoa. Analyysien tuloksina saadut ekvivalentit plastiset venymät ja vaurion arvot eri aika-askelpituuksilla on esitetty kuvissa 5.7 ja 5.8 virumisajan funktiona materiaalimallin version 1 tapauksessa teräkselle SA-213 T24 lämpötilassa 550 °C ja virumisjännityksellä 200 MPa. Tulokset ovat kuitenkin periaatteeltaan täysin vastaavia myös materiaalimallin versiolla 2 ja teräksellä SA-335 P91. Kuvassa 5.7 on myös esitetty yksiakselisessa jännitystilassa suljetussa muodossa lausekkeesta (110) ratkaistavissa oleva tarkka ekvivalentti plastinen venymä virumisajan funktiona ja vastaavasti kuvassa 5.8 on esitetty eheyden lausekkeella (108) saatava tarkka vaurion arvo virumisajan funktiona, kun huomioidaan yhteys $D = 1 - \omega$.



Kuva 5.7. *Aika-askeleen vaikutus yksiakselisessa virumiskokeessa ennen ratkaisun hajaantumista saavutettavaan ekvivalentin plastisen venymän maksimiarvoon materiaalimallin versiolla 1. Koe on tehty teräkselle SA-213 T24 lämpötilassa 550 °C.*

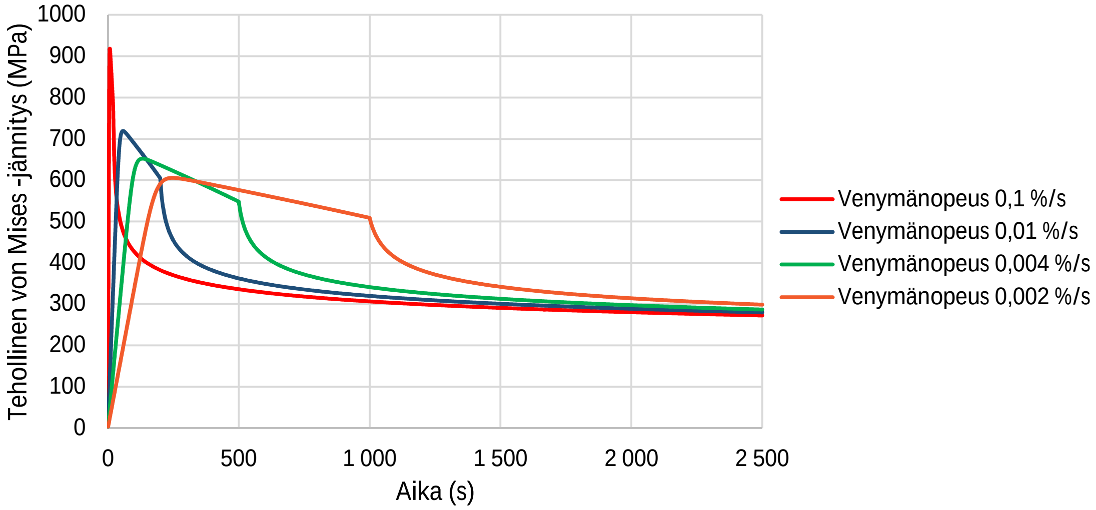


Kuva 5.8. *Aika-askeleen vaikutus yksiakselisessa virumiskokeessa ennen ratkaisun hajaantumista saavutettavaan vaurion maksimiarvoon materiaalimallin versiolla 1. Koe on tehty teräkselle SA-213 T24 lämpötilassa 550 °C.*

Kuvissa 5.7 ja 5.8 esitetyistä tuloksista havaitaan implisiittisen ratkaisualgoritmin johtavan kaikilla käytetyillä aika-askelpituuksilla tarkkaa ratkaisua hieman konservatiivisempiin tuloksiin, sillä saadut ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion arvot ovat kaikilla aika-askelpituuksilla hieman suurempia kuin analyyttisen ratkaisun vastaavalla virumisajalla tuottamat arvot. Tuloksista havaitaan myös niiden konservatiivisuuden kasvavan aika-askelpituuden kasvaessa, jolloin aika-askelta lyhentämällä voidaan tarkentaa tuloksia. Malleilla saatavien tulosten konservatiivisuus ei kuitenkaan ole olennaisin aika-askelpituuteen liittyvä asia, sillä aika-askelpituuden vaikutus tuloksiin on suhteellisen vähäinen. Olennaisin tuloksista havaittava asia liittyykin ratkaisun konvergenssiin, sillä tulosten perusteella ratkaisun konvergenssi menetetään sitä myöhemmin mitä lyhyempi käytetty aika-askel on ja lyhyemmällä aika-askeleella voidaan saavuttaa selkeästi pidempää aika-askelta suurempia vaurion ja ekvivalentin plastisen venymän arvoja. Esimerkiksi aika-askelpituudella 1500 h ratkaisun konvergenssi menetetään ensimmäisen aika-askeleen jälkeen virumisajan ollessa 1500 h, kun taas aika-askelpituudella 500 s konvergenssi menetetään vasta virumisajan ollessa noin 5500 h. Tuloksista havaitaan myös materiaalin olevan tämän kaltaisessa yksiakselisessa virumiskokeessa käytännön sovellusten kannalta vaurioitunutta, kun vaurion arvo on noin 0,3, sillä tämän jälkeen sekä ekvivalentti plastinen venymä että vaurion arvo kasvavat erittäin suurella nopeudella virumisen tertiäärivaiheen alkaessa.

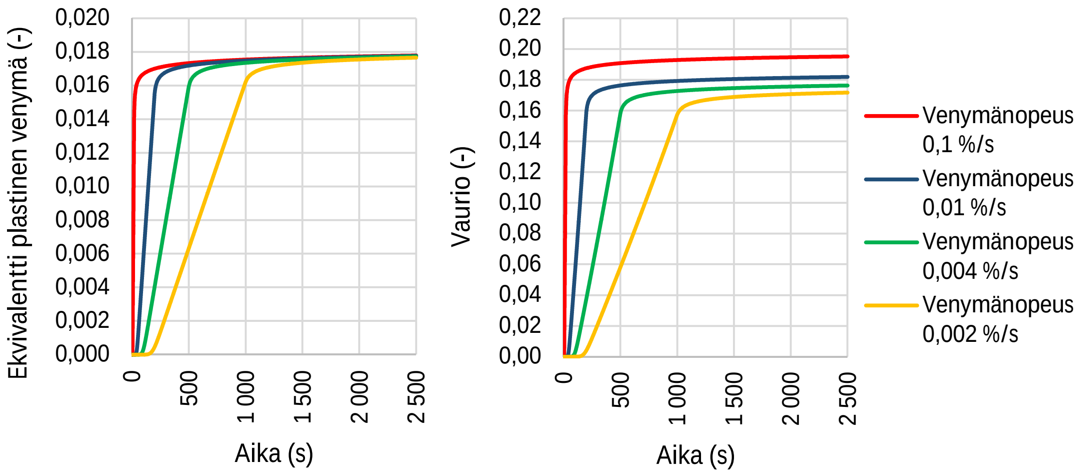
Kehitetyn materiaalimallin versiot ovat viskoplastisia virumisväsymismalleja, joiden tuottamiin tuloksiin vaikuttaa materiaalin kuormitusnopeus mallien aikariippuvuuden vuoksi. Kuormitusnopeuden tuloksiin aiheuttaman vaikutuksen selvittämiseksi teräksen SA-213 T24 materiaalimallin versiolla 1 on tehty koe, jossa yhden elementin geometrisesti epälineaarisessa FEM-mallissa elementille annetaan 2 %:n yksiakselisen venymän aiheuttava pakkosiirtymä eri venymänopeuksilla 550 °C:een lämpötilassa. Tämän jälkeen elementin solmusiirtymät lukitaan deformoituneeseen lopputilaan lämpötilassa 550 °C, jolloin jäännösjännitykset relaksoituvat ajan kuluessa. Materiaalimallin koetulokset on esitetty vain teräksen SA-213 T24 tapauksessa materiaalimallin versiolla 1, mutta tulokset ovat vastaavan kaltaisia myös materiaalimallin versiolla 2 ja teräksellä SA-335 P91, sillä tutkittava mallin käyttäytyminen eri kuormitusnopeuksilla ei muutu tässä yhteydessä materiaalimallin formulaation tai tutkittavan teräksen vaihtuessa. Analyyseissa aika-askel pakkosiirtymän aikana on ollut 0,02 s ja sen jälkeisen relaksaatioajan aikana 5 s.

Yksiakselisissa venymäkokeissa esiintyvä tehollinen von Mises -jännitys on esitetty ajan funktiona eri venymänopeuksilla kuvassa 5.9. Kuvassa esitetyistä tehollisen von Mises -jännityksen arvoista havaitaan analyysin alussa materiaalin venyessä esiintyvän jännitystason kasvavan hyvin voimakkaasti venymänopeuden kasvaessa, kuten viskoplastisen mallin tapauksessa voidaan olettaa. Lisäksi tehollisen von Mises -jännityksen arvo kasvaa kaikilla tutkituilla venymänopeuksilla selkeästi teräksen SA-213 T24 mallin formulaatiossa lämpötilassa 550 °C käytettyä myötölujuutta 306 MPa suuremmaksi, mikä on seuraus mallin formulaatiosta, joka ei sisällä myötöpintaa. Kaikilla venymänopeuksilla jännitystaso laskee kuitenkin verrattain nopeasti likimain samaksi pakkosiirtymän jälkeen ja kaikilla tutkituilla venymänopeuksilla jännitystaso on noin 300 MPa 2500 s:n kuluttua analyysin alkuhetkestä. Näin ollen kuormitusnopeudella ei ole erityisen suurta merkitystä tehollisen jännityksen arvoihin sen jälkeen, kun pakkosiirtymästä on kulunut riittävän pitkä relaksaatioaika.



Kuva 5.9. *Venymänopeuden vaikutus tehollisen jännityksen arvoon pakkosiirtymä- ja relaksaatiokokeessa, jossa vetosauvalle on ensin annettu 2 %:n venymää vastaava pakkosiirtymä ja jätetty tämän jälkeen sauva lopputilan pituuteen. Koe on tehty materiaalimallin versiolla 1 teräkselle SA-213 T24 lämpötilassa 550 °C.*

Yksiakselisen venymänopeuskokeen tuloksina eri venymänopeuksilla syntyneet ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion arvot on esitetty ajan funktiona kuvassa 5.10. Kuvan 5.10 vasemman kuvaajan mukaisesti ekvivalentin plastisen venymän loppuarvo ajanhetkellä 2500 s on käytännössä riippumaton venymänopeudesta, sillä ekvivalentin plastisen venymän loppuarvoon riittävän pitkän relaksaatioajan jälkeen ei vaikuta kuin annetun kokonaisvenymän arvo. Kuvan 5.10 oikeanpuoleisen kuvaajan mukaan vaurion arvo kasvaa kuitenkin analyysissa melko voimakkaasti venymänopeuden kasvaessa. Tämä aiheutuu siitä, että eheyden ja siten vaurion arvot ajan funktiona riippuvat ainoastaan jännityksestä eivätkä lainkaan venymästä lausekkeiden (108) ja (127) mukaisesti, joten suurilla venymänopeuksilla esiintyvät hyvin suuret ja nopeasti relaksoituvat maksimijännitykset kasvattavat vaurion arvoa enemmän kuin pienemmillä venymänopeuksilla ilmenevät matalammat ja kauemmin esiintyvät jännitykset. Käytännön analyysien kannalta tuloksista voidaan todeta oikean venymänopeuden olevan oleellinen tekijä analyyseissa. Konservatiivisella puolella olevia tuloksia haluttaessa venymänopeus kannattaa kuitenkin yli- eikä aliarvioida, jotta liian hidas venymänopeus ei johda todellisuutta pienempään vaurion arvoon.

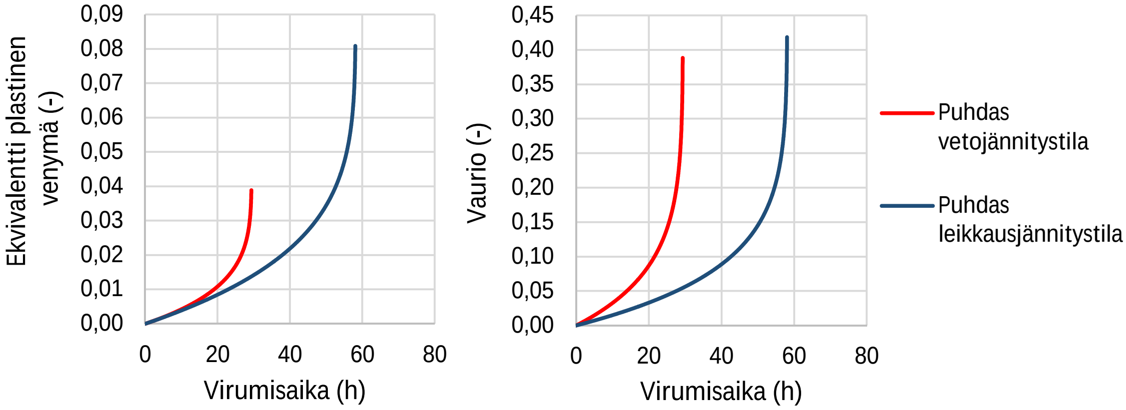


Kuva 5.10. *Venymänopeuden vaikutus ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion arvoihin kuvan 5.9 mukaisessa pakkosiirtymä- ja relaksaatiokokeessa.*

Kokonaisuudessaan esitetyistä tuloksista havaitaan materiaalimallin versioilla saatavien tulosten olevan riippuvaisia sekä analyysin aika-askelpituudesta että materiaalin muodonmuutosnopeudesta. Mallin versiot tuottavat tarkkoja tuloksia mahdollisimman lyhyellä aika-askeleella ja mahdollisimman todenmukaisella kuormitusnopeudella, mutta aika-askeleen pidentäminen ja todellisuutta suuremman kuormitusnopeuden käyttäminen johtavat kuitenkin konservatiivisella puolella oleviin tuloksiin eivätkä yliarvioi materiaalin virumisväsymiskestävyyttä, mikä on monessa käytännön sovellutuksessa oleellista.

5.4.2 Moniakselisen jännitystilan ja kuormituksen vaihe-eron vaikutus

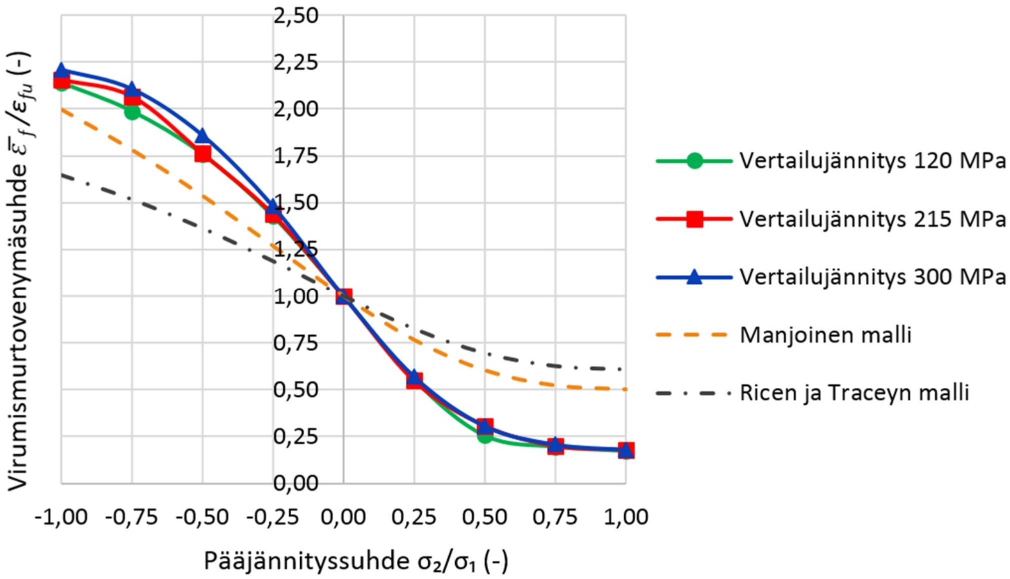
Luvussa 3.2.1 esitetysti materiaalin jännitystila vaikuttaa sekä materiaalin virumismurtoaikaan että virumismurtovenymään. Tämän ilmiön todentamiseksi kehitetyllä materiaalimallilla on tehty yhden elementin geometrisesti lineaarisilla FEM-malleilla virumiskokeita sekä puhtaassa 1-akselisessa vetojännitystilassa että puhtaassa kolmeakselisessa leikkausjännitystilassa tehollisen von Mises -jännityksen vakioarvolla 346 MPa ja aika-askeleella 10 000 s. Kokeet on tehty teräksen SA-213 T24 materiaalimallin versiolla 1 lämpötilassa 550 °C ja kokeiden tulokset on esitetty kuvassa 5.11. Kuvassa esitetyt tulokset vastaavat kuvan 3.10 mukaista periaatetta, jonka mukaan ekvivalentti plastinen virumismurtovenymä on huomattavasti suurempi puhtaassa leikkausjännitystilassa kuin puhtaassa vetojännitystilassa. Lisäksi tulosten mukaan virumismurtoaika on tässä analyysissa noin kaksinkertainen puhtaassa leikkausjännitystilassa puhtaaseen vetojännitystilaan verrattuna, mikä vastaa myös kuvassa 3.10 esitettyä periaatetta. Virumismurtoajat ja virumismurtovenymät voidaan helposti määrittää kuvan 5.11 kuvaajista, sillä ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion arvot sekä niiden aikaderivaatat ovat aina aidosti kasvavia tämän kaltaisissa vakiokuormituksella tehdyissä kokeissa. Näin ollen kuvaajista voidaan havaita virumismurtoajan olevan käytännössä sama kuin virumisaika vaurion ollessa noin 0,4, koska vaurion kasvu ei enää oleellisesti kasvata virumisaikaa tämän jälkeen. Samoin virumismurtovenymä on tätä virumismurtoaikaa vastaava ekvivalentin plastisen venymän arvo.



Kuva 5.11. *Ekvivalentti plastinen venymä ja vaurio virumisajan funktiona puhtaan vetojännitystilan ja puhtaan leikkausjännitystilan tapauksessa. Analyysi on tehty materiaalimallin versiolla 1 teräkselle SA-213 T24 lämpötilassa 550 °C.*

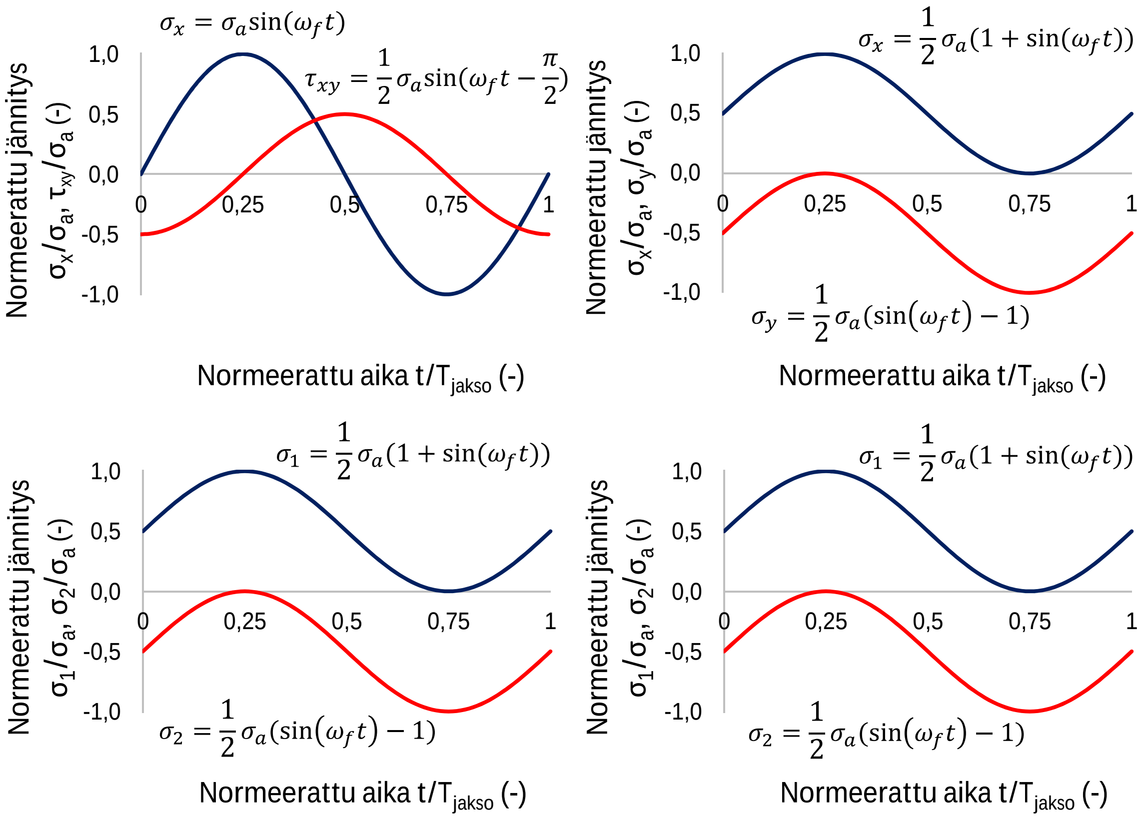
Luvun 3.2.1 kuvan 3.11 mukaisesti jännitystilan kolmiaksiaalisuussuhteen ja pääjännityssuhteen on havaittu vaikuttavan materiaalin virumismurtovenymään merkittävästi. Pääjännityssuhteen virumismurtovenymään aiheuttaman vaikutuksen selvittämiseksi teräksen SA-213 T24 materiaalimallin versiolla 1 on tehty lämpötilassa 550 °C analyyseja yhden elementin geometrisesti epälineaarisella FEM-mallilla eri tasojännitystilan pääjännityssuhteilla σ_2/σ_1. Materiaalimallilla tehdyt analyysit on tehty tehollisen von Mises -jännityksen arvoilla 120, 215 ja 300 MPa tulosten jännitysriippumattomuuden osoittamiseksi ja saatuja tuloksia on verrattu luvussa 3.2.1 esiteltyihin Manjoinen sekä Ricen ja Traceyn esittämiin virumismurtovenymän ja pääjännityssuhteen yhteyttä kuvaaviin malleihin. Analyysien tulokset on esitetty kuvassa 5.12, josta havaitaan tasojännitystilan pääjännityssuhteen vaikuttavan merkittävästi yksiakselisella virumismurtovenymällä normeeratun ekvivalentin plastisen virumismurtovenymän arvoon $\bar{\varepsilon}_{rup}/\varepsilon_{rup}$. Tulosten mukaisesti ekvivalentti plastinen virumismurtovenymä kasvaa pääjännityssuhteen pienentyessä, mikä vastaa sekä Manjoinen että Ricen ja Traceyn mallien mukaista periaatetta. Kehitetyllä materiaalimallilla pääjännityssuhteen vaikutus virumismurtovenymään on jonkin verran suurempi kuin Manjoinen ja Ricen ja Traceyn mallit ennustavat, mutta periaatteellisesti kehitetty malli noudattaa Manjoinen sekä Ricen ja Traceyn malleja. Tuloksista havaitaan myös tehollisen von Mises -jännityksen vaikutuksen yksiakselisella virumismurtovenymällä normeerattuun ekvivalenttiin plastiseen virumismurtovenymään olevan hyvin vähäinen.

Esitetyissä tuloksissa virumismurtovenymäksi on valittu ekvivalentin plastisen venymän arvo hetkellä, jolla analyysi on hajaantunut ja vaurion arvo on ollut tapauskohtaisesti välillä 0,30–0,45. Analyyseissa virumiskokeen aika-askel on valittu kussakin tapauksessa riittävän lyhyeksi siten, että vaurio saavuttaa analyyseissa maksimiarvon 0,30–0,45, sillä soveltuvan aika-askeleen pituus on riippuvainen jännitysarvosta ja virumismurtoajasta, joten vakioarvoisen aika-askeleen käyttö kaikissa tilanteissa ei ole laskennan tehokkuuden kannalta perusteltua.



Kuva 5.12. *Ekvivalentin plastisen virumismurtovenymän* $\bar{\varepsilon}_{rup}$ *ja yksiakselisen plastisen virumismurtovenymän* ε_{rup} *suhde tasojännitystilan pääjännityssuhteen* σ_2/σ_1 *funktiona eri tehollisen jännityksen arvoilla verrattuna Manjoinen sekä Ricen ja Traceyn esittämiin malleihin (Manjoine 1982; Rice & Tracey 1969; Spindler 2004, s. 275). Koe on tehty materiaalimallin versiolla 1 teräkselle SA-213 T24 lämpötilassa 550 °C.*

Moniakselisen väsymisen tapauksessa jännitystilan tarkka kuvaus sekä ajan suhteen että avaruudellisesti on olennaista, eikä moniakselista väsymistä voida kuvata kovin tarkasti skalaarisuureilla. Skalaarisuureisiin perustuvat moniakselisen väsymisen mallit perustuvat usein jännityksen tai venymän skalaariarvon tarkasteluun luvussa 3.1.3 esitetyn mukaisesti, eivätkä ne pysty erottamaan avaruudellisesti tai ajan suhteen toisistaan poikkeavia kuormituksia, jotka tuottavat saman tarkasteltavan jännityksen tai venymän skalaariarvon. Esimerkki erilaisista kuormituksista, jotka tuottavat ajan suhteen täysin identtiset pääjännitykset, on esitetty kuvassa 5.13, jossa vasemmalla puolella esitetyt eri vaiheissa olevat X-suuntainen normaalijännitys ja XY-tasolla esiintyvä leikkausjännitys muodostavat jaksonajalla T_{jakso} normeeratun ajan suhteen täysin identtiset pääjännitykset kuvan oikealla puolella olevien X- ja Y-suuntaisten normaalijännitysvaihteluiden kanssa. Käytännössä on kuitenkin havaittu, että esimerkiksi teräksellä 34Cr4 korkeasyklisen väsymisen väsymisraja kuvan 5.13 vasemmanpuoleisella kuormituksella on yli 1,3-kertainen oikeanpuoleisella kuormituksella ilmenevään väsymisrajaan verrattuna, joten kuormituksia ei voida pitää materiaalin todellisen väsymiskäyttäytymisen kannalta identtisinä. (Zenner et al. 2000, s. 137–140)



Kuva 5.13. *Ylhäällä kuvaajissa esitettynä kaksi eri jännityskombinaatiota, jotka tuottavat alapuolen kuvaajissa esitetyt samat pääjännitykset* σ_1 *ja* σ_2.

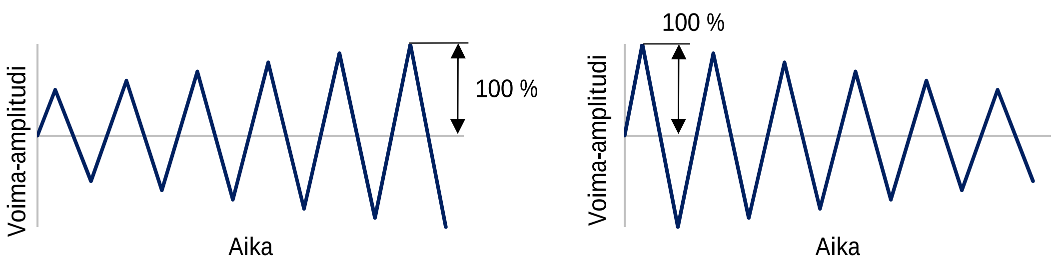
Kehitetyn materiaalimallin toimintaa kuvan 5.13 mukaisten jännitysvaihteluiden alaisuudessa on tutkittu, ja molempien kuvan 5.13 kuormitusten on havaittu tuottavan materiaalimallilla täysin identtiset ekvivalentit plastiset venymät ja vaurion arvot kuormituksen suuruudesta, analyysin lämpötilasta tai käytettävän materiaalimallin versiosta tai materiaalista riippumatta. Vaikka kehitetty materiaalimalli tuottaa kirjallisuudessa esitettyjä malleja vastaavia virumismurtovenymän arvoja erilaisissa moniakselisissa jännitystiloissa kuvan 5.12 mukaisesti, se ei kuitenkaan pysty erottelemaan lainkaan kuvan 5.13 mukaisia jännitystiloja, jotka tuottavat ajan suhteen identtiset pääjännitykset.

Kokonaisuudessaan kehitetty materiaalimalli huomioi moniakselisen jännitystilan vaikutuksen virumiseen ja väsymiseen varsin hyvin, sillä materiaalimalli on myötöpinnaton virumismalli, jota voidaan käyttää korkeiden lämpötilojen virumisen ja matalasyklisen väsymisen analysointiin, eikä mallia ole tarkoitettu korkeasyklisen moniakselisen väsymisen analysointiin. Materiaalimallin olennaisimpana moniakseliseen jännitystilaan liittyvänä ominaisuutena voidaan pitää sen kykyä erotella saman tehollisen von Mises -jännityksen tuottavat virumiskuormitukset, joiden pääjännityssuhde on eri. Näiden kuormitusten pääjännityssuhde vaikuttaa myös kirjallisuudessa esitetyn tavan mukaisesti mallilla saataviin virumismurtovenymiin, mikä on käytännön analyyseissa tärkeää.

5.4.3 Kuormitusjärjestyksen vaikutus

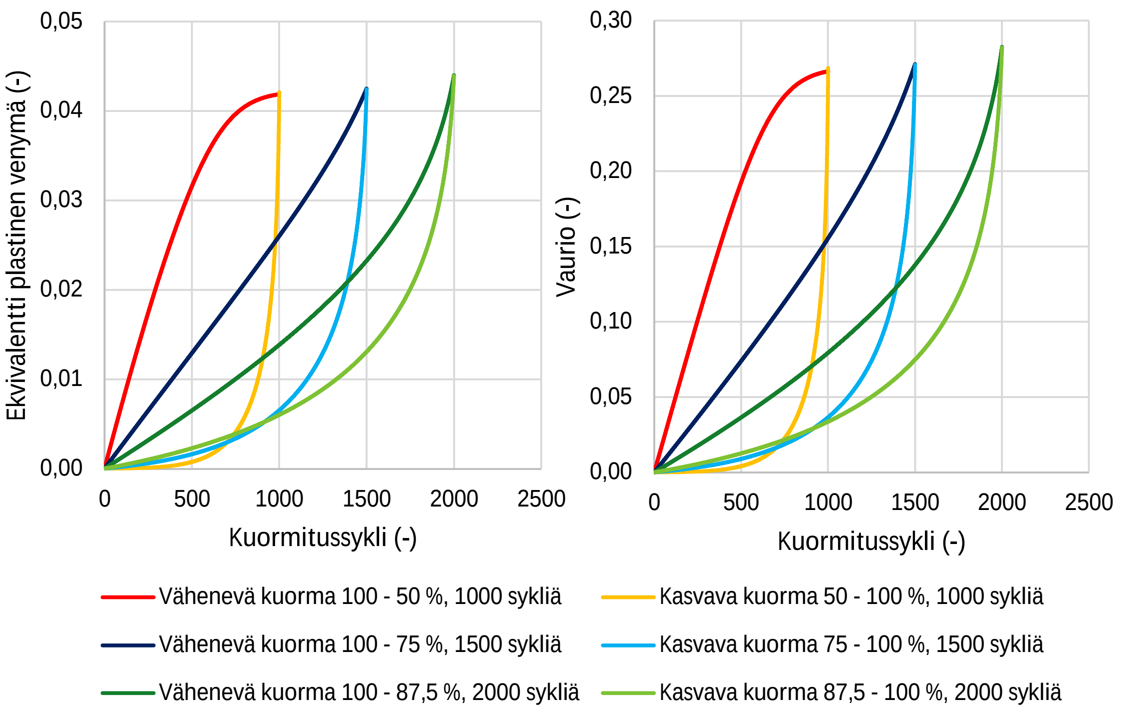
Kehitetyssä materiaalimallissa materiaalin vaurio kasvaa jatkuvasti analysoitavan kuormitussyklin aikana, joten materiaalin hetkellinen vaurioitumisaste vaikuttaa siihen, kuinka suuren jännityksen materiaaliin kohdistuva kuormitus aiheuttaa sen ehjään kuormaa kantavaan poikkileikkaukseen. Tästä johtuen työssä on haluttu tutkia, kuinka suuri vaikutus vaihtuva-amplitudisen kuormituksen kuormitussyklien esiintymisjärjestyksellä on materiaalimallilla saatavaan virumis- ja väsymiskestoikään, sillä käytännön rakenteissa vaihtuva-amplitudisten kuormitussyklien esiintymisjärjestys on usein vaikeasti arvioitavissa.

Väsyttävän vaihtuva-amplitudisen kuormituksen kuormitussyklijärjestyksen vaikutusta analyysin tuloksiin on tutkittu kuvan 5.14 mukaisilla kuormitushistorioilla tilanteissa, joissa väsyttäviä kuormitussyklejä esiintyy 1000, 1500 tai 2000 kappaletta. Analyyseissa yksiakselisessa jännitystilassa olevaan kappaleeseen vaikuttavan voiman amplitudi joko kasvaa tai vähenee ajan suhteen lineaarisesti alkuarvosta maksimiarvoon tai maksimiarvosta loppuarvoon. Analyyseissa kuormitus muuttuu maksimikuormitukseen suhteutettuna välillä 50–100 %, 75–100 % tai 87,5–100 % siten, että analyysissa, jossa kuormitus muuttuu välillä 50–100 %, maksimijännitys on 425 MPa, analyysissa, jossa kuormitus muuttuu välillä 75–100 %, maksimijännitys on 380 MPa ja analyysissa, jossa kuormitus muuttuu välillä 87,5–100 %, maksimijännitys on 351 MPa. Analyyseissa väsyttävän vaihtuva-amplitudisen kuormituksen jaksonaika on 200 s ja analyysi on tehty teräksen SA-213 T24 materiaalimallin versiolla 2 lämpötilassa 550 °C. Aika-askeleen pituutena analyyseissa on käytetty vakioarvoa 50 s ja käytetty FEM-malli on ollut geometrisesti lineaarinen, jolloin kontinuumin poikkileikkauksen pinta-alan pieneneminen ei vaikuta siinä esiintyvään jännitystasoon.



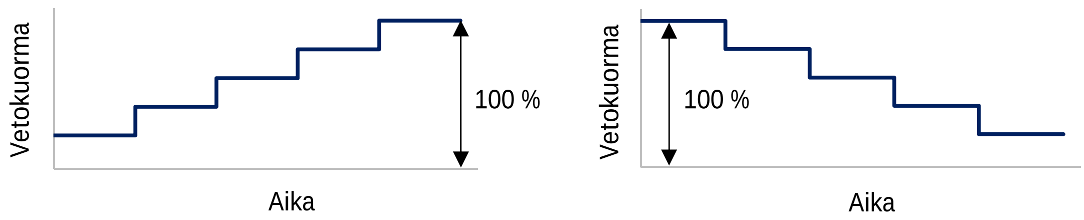
Kuva 5.14. *Väsymisanalyysin kuormitusamplitudin lineaarinen lisäys ja vähennys sykleittäin.*

Väsyttävän kuormituksen kuormitusjärjestyksen vaikutusta tarkastelevan analyysin tulokset on esitetty kuvassa 5.15. Kuvan mukaisesti väsyttävän kuormituksen ajan suhteen lineaarisesti vähenevä kuormitusamplitudi aiheuttaa sekä ekvivalentin plastisen venymän että vaurion arvon voimakkaimman kasvun analyysin ensimmäisillä kuormitussykleillä, joiden jälkeen molempien parametrien arvojen kasvunopeus hidastuu. Ajan suhteen lineaarisesti kasvava kuormitusamplitudi puolestaan saa aikaan kuormitussyklimäärän funktiona aidosti kasvavan ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion kasvunopeuden, jolloin molempien parametrien arvot kasvavat hitaasti analyysin alun kuormitussykleillä, mutta analyysin loppua kohden parametrien kasvunopeus kasvaa merkittävästi. Kokonaisuudessaan tuloksista kuitenkin havaitaan, että kuormitussyklien keskinäinen järjestys ei vaikuta käytännössä lainkaan analyysin tuloksiin, sillä ajan suhteen vähenevällä kuormitusamplitudilla tehdyissä analyyseissa ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion arvot analyysin lopussa poikkeavat korkeintaan vain noin 8 ‰ samalla kuormitusvaihtelulla kasvavalla kuormitusamplitudilla tehtyjen analyysien tuloksista. Näin ollen kuormitusjärjestyksen vaikutusta tuloksiin voidaan pitää tässä tapauksessa merkityksettömänä, sillä saadut tulokset ovat käytännössä samat sekä vähenevän että kasvavan kuormitushistorian tapauksessa analyysien päättyessä.



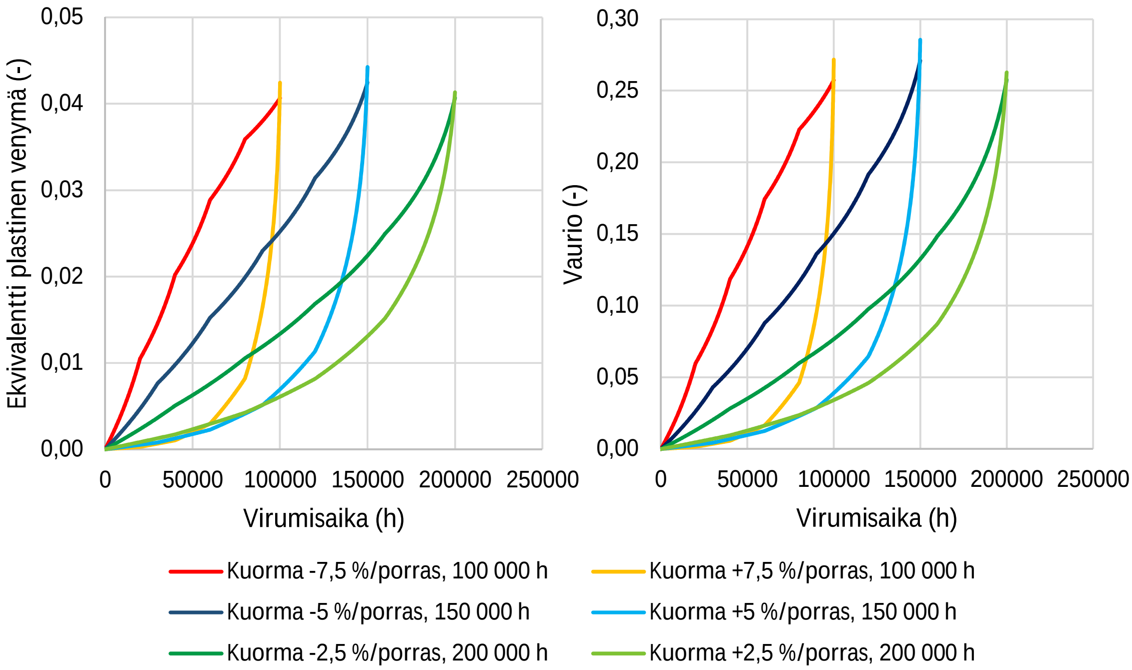
Kuva 5.15. *Ekvivalentti plastinen venymä ja vaurio kuormitussyklimäärän funktiona analyyseissa, joissa väsyttävän kuormituksen voima-amplitudi kasvaa tai vähenee lineaarisesti kuormitushistorian aikana. Koe on tehty materiaalimallin versiolla 2 teräksellä SA-213 T24 lämpötilassa 550 °C.*

Vaihtelevan virumiskuormituksen kuormitusjärjestyksen vaikutusta ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion arvoihin on myös tutkittu kehitetyllä materiaalimallilla. Analyysit on tehty lämpötilassa 550 °C yksiakselisissa virumiskokeissa, joissa kuvan 5.16 mukaisesti virumisen aiheuttava yksiakselinen vetokuorma joko kasvaa tai vähenee ajan funktiona portaittain neljässä vaiheessa, joista jokaisen portaan aikaansaama kuormanmuutos on vakiona pysyvä osuus maksimikuormasta. Kuormanmuutoksen suuruuksina on käytetty arvoja 2,5, 5,0 ja 7,5 % maksimikuormasta. Analyyseissa, joissa kuormanmuutos on 2,5 % maksimikuormasta, maksimijännitys on 143,5 MPa, analyyseissa, joissa kuormanmuutos on 5 % maksimikuormasta, maksimijännitys on 153,5 MPa ja analyyseissa, joissa kuormanmuutos on 7,5 % maksimikuormasta, maksimijännitys on 164,5 MPa. Analyyseissa kuormanmuutoksen kestoaika on 100 s ja virumisaika vakio-kuormalla 20 000, 30 000 tai 40 000 h, jolloin kokonaisvirumisajaksi muodostuu ana-lyysista riippuen 100 000, 150 000 tai 200 000 h. Analyysit on tehty väsymisanalyysin tavoin teräksen SA-213 T24 materiaalimallin versiolla 2 geometrisesti lineaarisella FEM-mallilla ja aika-askeleena analyyseissa on käytetty kuormanmuutoksen aikana arvoa 10 s ja virumisjaksojen aikana arvoa 200 h.



Kuva 5.16. *Virumisanalyysin vetokuormituksen lisäys ja vähennys yhtä suurin portain.*

Vaihtelevan yksiakselisen virumiskuormituksen kuormitusjärjestyksen vaikutusta tarkastelevan analyysin tulokset on esitetty kuvassa 5.17. Tuloksista havaitaan laskevan virumiskuormituksen kuormitushistorian aiheuttavan voimakkaimman ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion arvon kasvun virumisajan alussa kun taas nouseva viru-miskuormituksen kuormitushistoria aiheuttaa näiden parametrien voimakkaimman kas-vun analyysin loppuvaiheessa. Kuvaajista myös havaitaan virumiskuormituksen muu-toksen aiheuttavan selkeän muutoksen ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion arvon kasvunopeudessa erityisesti analyyseissa, joissa kuormitus muuttuu 5,0 tai 7,5 % jokai-sella portaalla. Esitetyistä tuloksista havaitaan virumiskuormituksen järjestyksen vaikut-tavan havaittavasti analyysin tuloksiin, sillä kasvavalla kuormitushistorialla sekä ekvi-valentin plastisen venymän että vaurion arvot ovat suurempia analyysiajan lopussa kuin vähenevällä kuormitushistorialla. Ero myös kasvaa kuormituksen muutoksen kasvaessa, sillä kuormanmuutoksen ollessa 2,5 % maksimikuormasta ekvivalentin plastisen veny-män arvo on 1,6 % ja vaurion arvo 2,0 % suurempi analyysin lopussa kasvavalla kuor-mitushistorialla vähenevään kuormitushistoriaan verrattuna. Kuormanmuutoksen ollessa 5,0 % maksimikuormasta ekvivalentin plastisen venymän arvo on 4,2 % ja vaurion arvo 5,4 % suurempi kasvavalla kuin vähenevällä kuormitushistorialla analyysin lopussa. 7,5 %:n kuormanmuutoksella ekvivalentin plastisen venymän arvo on jo 4,4 % ja vaurion arvo 5,6 % suurempi analyysin lopussa kasvavalla kuormitushistorialla vähenevään kuormitushistoriaan verrattuna.



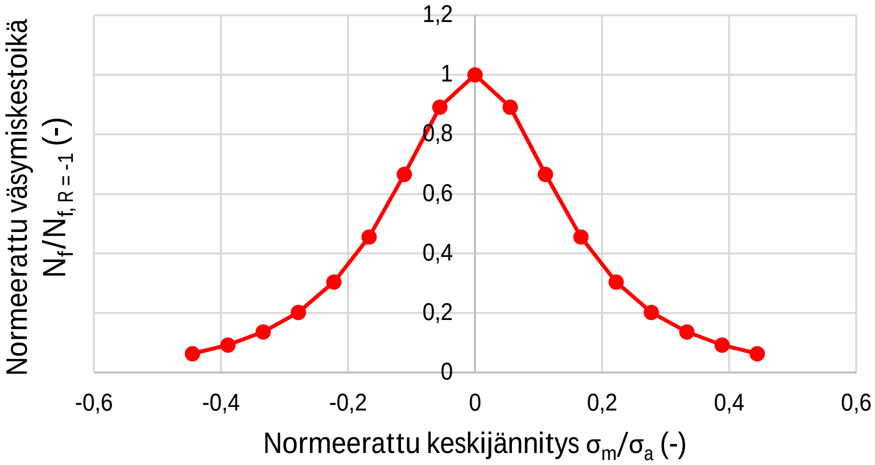
Kuva 5.17. *Ekvivalentti plastinen venymä ja vaurio virumisajan funktiona analyyseissa, joissa yksiakselisen virumisen vetokuormaa lisätään tai vähennetään neljässä vaiheessa virumisaikana. Koe on tehty materiaalimallin versiolla 2 teräkselle SA-213 T24 lämpötilassa 550 °C.*

Saatujen tulosten perusteella havaitaan erityisesti pitkäkestoisessa virumiskuormituksessa kuormitussyklien keskinäisellä järjestyksellä olevan havaittava vaikutus analyysin tuloksiin. Saatujen tulosten mukaan portaittain kasvava virumiskuormituksen kuormitushistoria aiheuttaa materiaaliin havaittavasti suuremman ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion analyysiajan lopussa kuin vastaavin portain vähenevä kuormitushistoria. Näin ollen rakenteen analysointi sen todellisella käyttöiän aikaisella kuormitusjärjestyksellä parantaa virumisanalyysin tarkkuutta vaihtelevan kuormituksen tapauksessa, mikäli kuormitussyklien keskinäinen järjestys osataan arvioida. Lyhytkestoisen väsyttävän kuormituksen tapauksessa vaihtuva-amplitudisen kuormituksen kuormitussyklijärjestyksen vaikutus tuloksiin analyysiajan lopussa on tehtyjen analyysien perusteella hyvin vähäinen.

5.4.4 Keskijännityksen vaikutus

Keskijännitys vaikuttaa merkittävästi väsymiskestoikään luvuissa 3.1.1 ja 3.1.2 esitetyn mukaisesti erityisesti korkeasyklisessä, mutta myös matalasyklisessä väsymisessä, joten keskijännityksen vaikutusta materiaalin väsymiskestoikään on haluttu tutkia myös kehitetyllä materiaalimallilla. Väsyttävän kuormituksen keskijännityksen vaikutusta tuloksiin on tutkittu teräksen SA-213 T24 materiaalimallin versiolla 2 yksiakselisessa jännitystilassa geometrisesti lineaarisella FEM-mallilla tehdyissä väsymisanalyyseissa, joissa jännitysamplitudi on 360 MPa ja lämpötila 550 °C. Analyysit on tehty eri väsyttävän vakioamplitudisen kuormituksen keskijännityksen ja jännitysamplitudin suhteilla

σ_m/σ_a siten, että suhdeluku on vaihdellut välillä -0,44–0,44. Analyysien tulokset on esitetty kuvassa 5.18, jossa eri keskijännityksen ja jännitysamplitudin suhteilla saadut väsymiskestoiät kuormitussykleinä on esitetty keskijännityksettömällä jännitysvaihtelulla saadulla väsymiskestoiällä $N_{f,R=-1}$ normeerattuina. Täysin vaihtuvan väsyttävän kuormituksen väsymiskestoiäksi $N_{f,R=-1}$ on saatu 1397 kuormitussykliä. Väsymiskestoikänä analyyseissa on käytetty kuormitussyklimäärää, jolla ratkaisu hajaantuu, vaurio on tapauksesta riippuen 0,25–0,50 ja vaurion kasvunopeus nousee hyvin suureksi virumisen tertiäärivaiheen tavoin. Analyysien aika-askel on valittu siten, että sillä saavutetaan esitetty vaurion arvo 0,25–0,50, sillä vakiopituinen aika-askel ei ole laskennan tehokkuuden kannalta perusteltu.

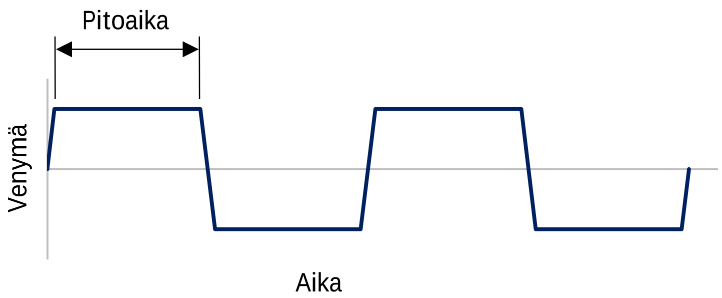


Kuva 5.18. *Keskijännityksettömän yksiakselisen väsyttävän kuormituksen kestoiällä normeerattu keskijännityksellisen kuormituksen väsymiskestoikä yksiakselisessa jännitystilassa suhteen σ_m/σ_a funktiona. Koe on tehty materiaalimallin versiolla 2 teräkselle SA-213 T24 lämpötilassa 550 °C.*

Kuvassa 5.18 esitetyistä tuloksista havaitaan väsyttävän kuormituksen keskijännityksellä olevan merkittävä vaikutus materiaalimallilla saatavaan väsymiskestoikään. Materiaalimallilla saatavien tulosten mukaisesti väsymiskestoikä lyhenee keskijännityksen itseisarvon kasvaessa, jolloin sekä vetävä että yhtä suuri puristava keskijännitys tuottavat saman väsymiskestoiän. Saatu tulos on osittain ristiriidassa kirjallisuudessa esitetyn väsymis- ja virumisteorian kanssa, sillä väsyttävässä kuormituksessa yleensä vain vetävä keskijännitys heikentää väsymiskestoikää, kun taas puristava keskijännitys jopa parantaa sitä lausekkeiden (18) ja (19) mukaisesti estäen väsymissäröjen aukeamisen ja siten niiden kasvun (Milella 2013, s. 319–322). Myös materiaalin virumisnopeus on huomattavasti alhaisempi puristusjännitystilassa kuin vastaavassa vetojännitystilassa ja virumismurtoajat puristusjännityksessä ovat selkeästi suurempia kuin vetojännityksessä (Altenbach & Naumenko 2007, s. 11, 12), joten kehitetyssä materiaalimallissa esiintyvä keskijännityksen identtinen vaikutus väsymiskestoikään sekä puristus- että vetojännitystilassa johtaa varsin konservatiivisiin tuloksiin erityisesti puristusjännitystilaa tarkasteltaessa. Havaittuun tulokseen johtavana syynä on materiaalimallin kalibrointi vetojännityksessä tehtyjen virumiskokeiden tulosten perusteella, jolloin materiaalimalli on formuloitu huomioimaan jännitystila samanlaisena sekä veto- että puristusjännityksessä, sillä tuloksia puristusjännityksessä tehdyistä virumiskokeista ei ollut saatavilla tätä työtä tehtäessä.

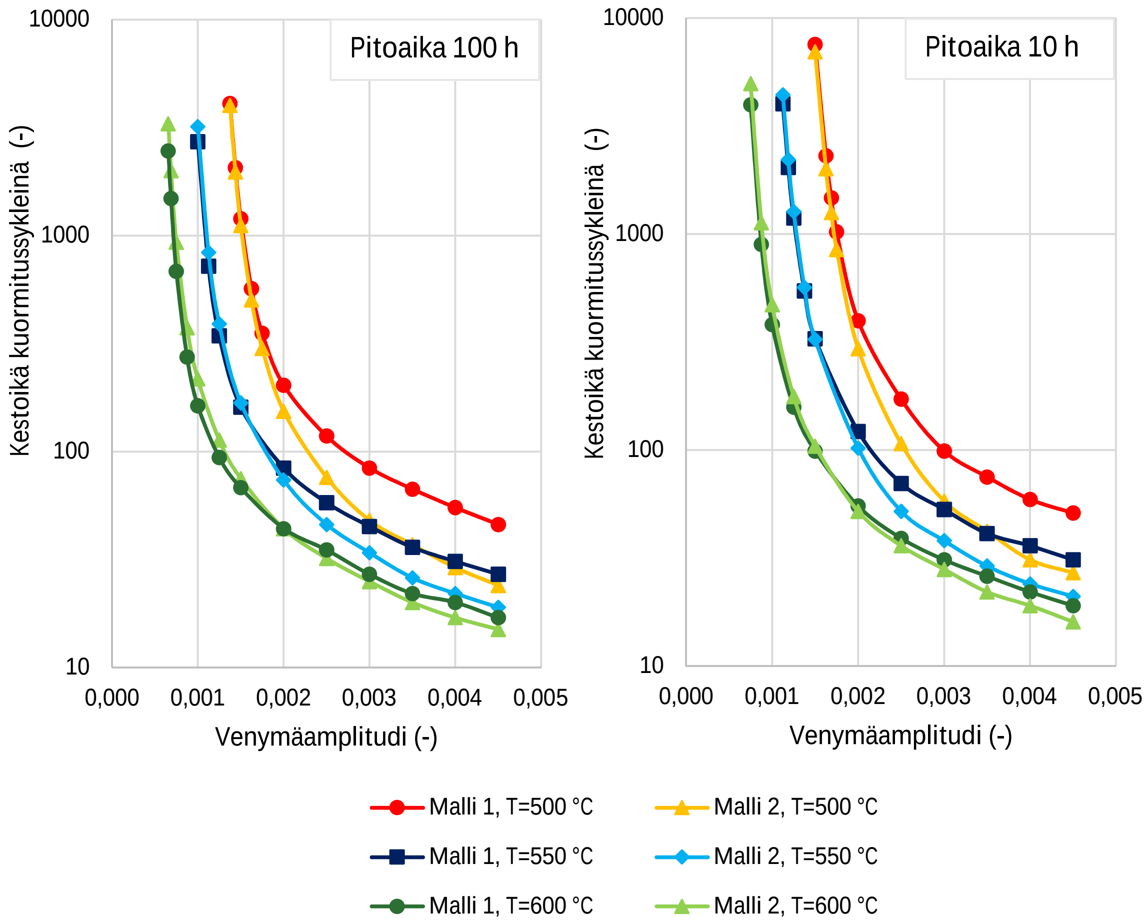
5.4.5 Mallin tuottamien tulosten vertailu muilla menetelmillä saataviin tuloksiin

Kehitettyjen materiaalimallin versioiden tuottamien tulosten validoimiseksi niillä on tehty sekä siirtymäohjattuja että kuormaohjattuja virumisväsymisanalyyseja, joiden tuloksia on verrattu luvussa 3.3 esitetyn Tairan virumis- ja väsymisvaurioiden lineaarisen summausmenettelyn perusteella saataviin tuloksiin. Siirtymäohjatuissa virumisväsymisanalyyseissa on käytetty kuvan 5.19 mukaista syklistä yksiakselisilla pakkosiirtymillä aiheutettua venymähistoriaa, jossa sekä keskijännitys että keskimääräinen venymä ovat nollia. Venymähistoria koostuu väsyttävistä yksiakselisista venymämuutoksista, joita seuraa valittu relaksaation aiheuttava pitoaika vakiona pysyvällä venymällä. Analyysit on tehty teräksen SA-335 P91 materiaalimallin versioilla 1 ja 2 geometrisesti lineaarisella FEM-mallilla lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C ja analyyseissa venymänmuutoksen kestoaika on 100 s ja relaksaation aiheuttava pitoaika vakiona pysyvällä venymällä joko 10 h tai 100 h. Analyyseissa aika-askelpituus siirtymän muutosjaksolla on ollut 100 s ja pitojaksolla aika-askel on valittu siten, että analyyseissa on saatu vaurion arvoksi vähintään 0,3. Virumisväsymiskestoiät on myös näissä siirtymä- ja kuormaohjatuissa analyyseissa määritetty kuormitussyklimäärinä, joilla analyysin konvergointi päättyy ja vaurion arvo on yli 0,3.



Kuva 5.19. *Siirtymäohjatussa virumisväsymisanalyysissa käytetty yksiakselinen venymä ajan funktiona.*

Siirtymäohjatun virumisväsymisanalyysin tulokset teräksen SA-335 P91 tapauksessa on esitetty kuvassa 5.20. Tuloksista havaitaan virumisväsymiskestoiän laskevan merkittävästi lämpötilan kohotessa, mikä on tyypillistä sekä väsyttävälle kuormitukselle että virumiselle, sillä lämpötilan noustessa materiaalin lujuus heikkenee ja virumisnopeus kasvaa sekä virumismurtoaika lyhenee vakiona pysyvällä jännitystasolla. Lisäksi tuloksista havaitaan materiaalin kuormitussykleinä mitatun kestoiän kasvavan relaksaatioajan lyhentyessä relaksaatiolle ominaiseen tapaan. Ajassa mitattu kestoikä lyhenee kuitenkin merkittävästi relaksaatioajan lyhentyessä, sillä lyhentynyt relaksaatioaika kasvattaa keskimääräistä virumisvenymänopeutta hitaan relaksaation vaiheen lyhentyessä. Tuloksista myös havaitaan, että materiaalimallin versioilla 1 ja 2 saadaan keskenään hyvin tarkasti sama virumisväsymiskestoikä kummallakin relaksaatioajalla lämpötilassa 600 °C, mutta lämpötilan laskiessa materiaalimallin versio 2 tuottaa erityisesti suurilla venymäamplitudeilla selkeästi versiota 1 lyhyempiä kestoikiä. Materiaalimallin versioiden tuottamien tulosten eriytyminen suurilla venymäamplitudeilla alle 600 °C:een lämpötiloissa on seuraus version 2 sisältämästä Monkman-Grant-hypoteesista, joka pätee hyvin vain verrattain korkeissa virumislämpötiloissa ja aiheuttaa siten oletettavasti virhettä materiaalimallin version 2 tuloksiin 550 ja 500 °C:een lämpötiloissa muodonmuutoksen ollessa suurta.

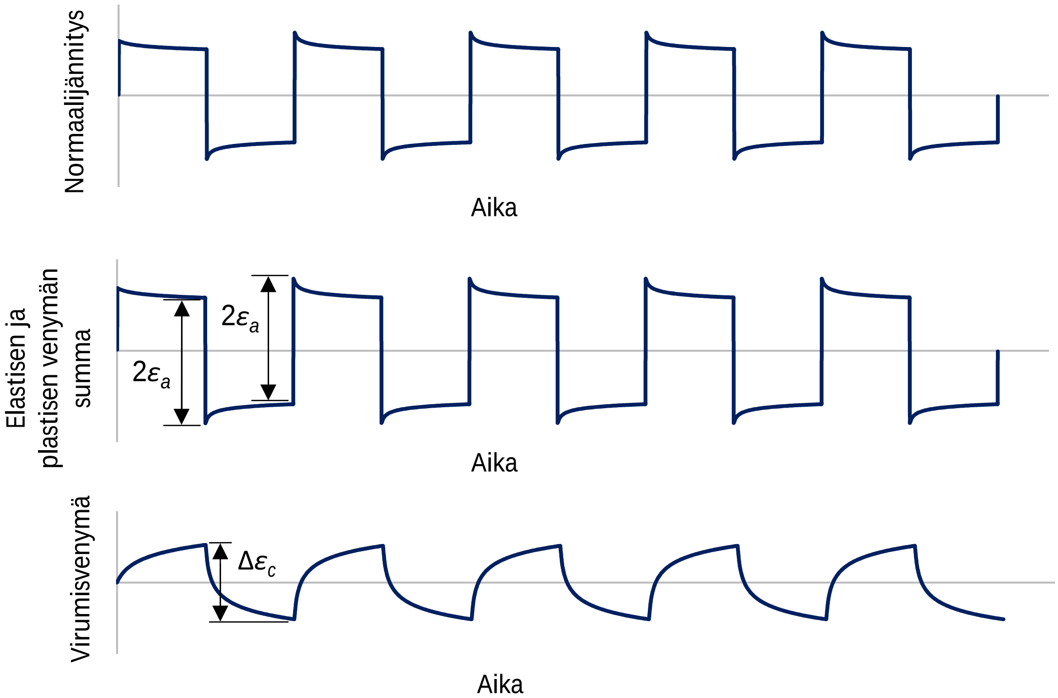


Kuva 5.20. *Siirtymäohjatuissa virumisväsymisanalyyseissa teräksen SA-335 P91 materiaalimallin versioilla saadut virumisväsymiskestoiät venymäamplitudin funktiona, kun kuormitussyklin pitoaika vakiosiirtymällä on 100 h ja 10 h.*

Kehitettyjen materiaalimallin versioiden tuottamia virumisväsymiskestoikiä on verrattu edellä kuvatuissa siirtymäohjatuissa analyyseissa Tairan säännöllä lausekkeella (43) saataviin virumisväsymiskestoikiin kehitettyjen materiaalimallin versioiden tuottamien tulosten validoimiseksi. Tairan sääntöön pohjautuvat vertailulaskelmat on tehty

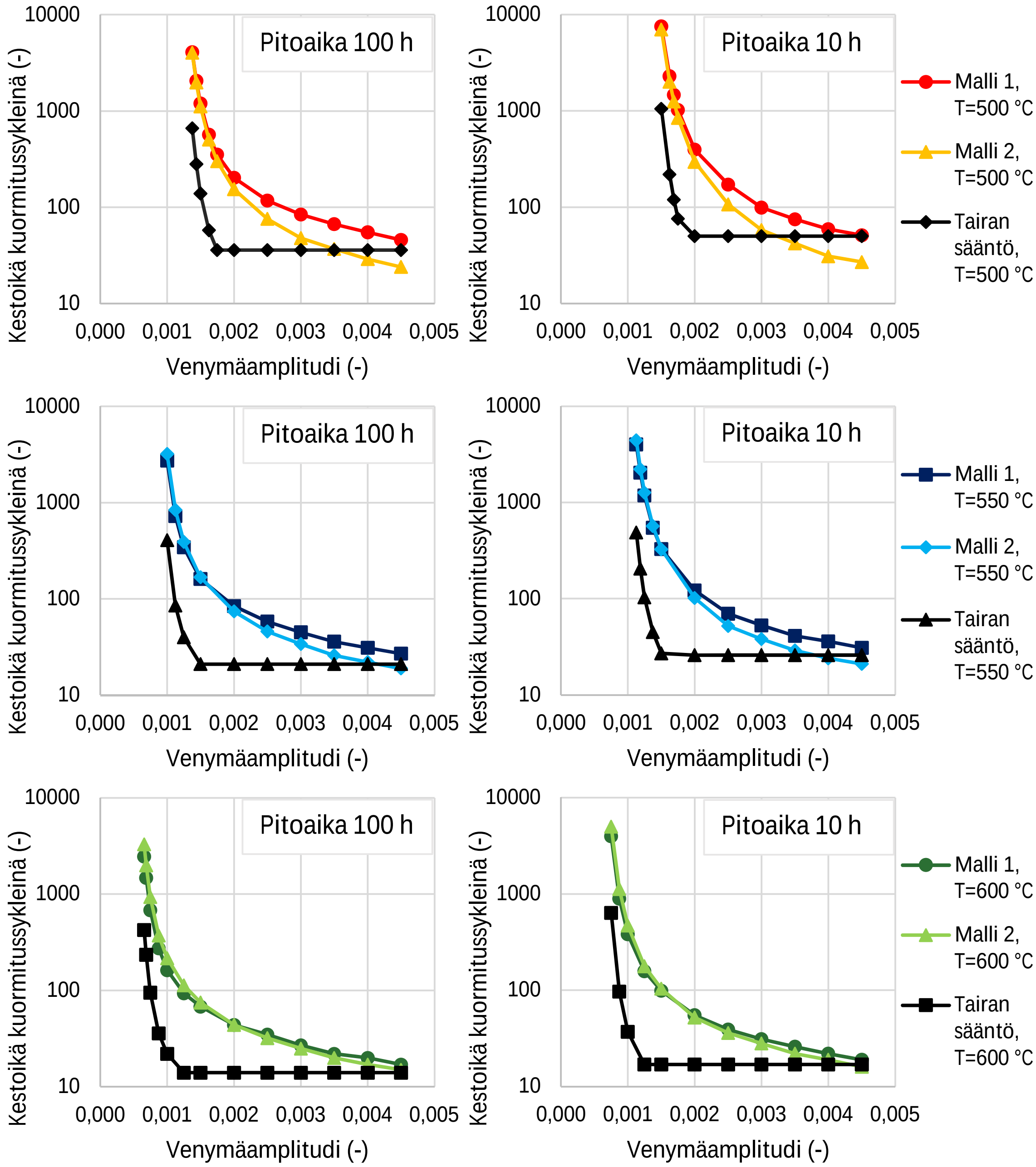
Ansys-elementtimenetelmäohjelmistolla käyttäen geometrisesti lineaarisessa FEM-mallissa lineaarisesti kimmoista ja ideaalisesti plastista materiaalimallia, jossa käytetään relaksaatiojaksojen aikana Ansyksen sisäänrakennettua Nortonin virumismallia relaksaation aiheuttaman virumisvenymän laskemiseksi. Nortonin virumismallin parametrit teräkselle SA-335 P91 on määritetty liitteessä C kehitetyn materiaalimallin versioiden kanssa identtisiä virumisjännityksiä ja niitä vastaavia vähimmäisvirumisnopeuksia käyttäen. Lineaarisesti kimmoisessa ja ideaalisesti plastisessa teräksen SA-335 P91 materiaalimallissa on myös käytetty taulukossa 5.4 esitettyjä kimmokertoimia ja 0,2 %:n suhteellisuusrajan arvoja myötöjännityksen arvoina.

Syklinen ja relaksoituva yksiakselinen kuormitus aiheuttaa materiaaliin vertailuanalyyseissa kuvan 5.21 mukaisen yksiakselisen normaalijännitysvaihtelun, josta on havaittavissa sekä kuormanmuutosjaksojen aikainen äkillinen jännitysvaihtelu että relaksaatiojaksojen aikainen jännitysten relaksaatio. Analyysien tuloksista on myös eriteltävissä kuvan 5.21 mukaisesti sekä elastisen ja plastisen venymän summa että virumisvenymä ajan funktiona, joiden perusteella voidaan määrittää väsyttävän kuormituksen venymäamplitudi ε_a ja kuormitussyklin puolikkaan aikana syntyvä virumisvenymälisäys $\Delta\varepsilon_c$. Näiden tulosten perusteella voidaan määrittää liitteessä D esitetyn periaatteen mukaisesti virumisväsymiskestoikä Tairan säännöllä, ja saatua tulosta on verrattu kehitetyn materiaalimallin versioilla saataviin tuloksiin. Tairan säännössä väsymisvaurio on määritetty Manson-Hirscbergin yleisten kulmakertoimien väsymisyhtälöllä (15) ja Palmgren-Minerin säännöllä (27) ja virumisvaurio Liebermanin yhtälöllä (39), jossa virumismurtovenymä on määritetty liitteen D mukaisesti melko konservatiivisesti eri lämpötiloissa määritettyjen Monkman-Grant-parametrien arvojen keskiarvona.



Kuva 5.21. *Siirtymäohjatussa virumisväsymisanalyysissa esiintyvä normaalijännitys sekä elastisen ja plastisen venymän summa ja virumisvenymä ajan funktiona.*

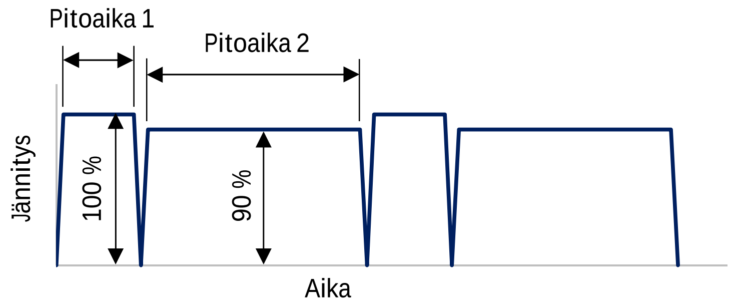
Kuvassa 5.20 esitetyt teräksen SA-335 P91 materiaalimallin versioilla siirtymäohjatussa analyysissa saatavat tulokset on esitetty uudelleen kuvassa 5.22 eri lämpötiloissa yhdessä Tairan säännöllä saatavien vertailutulosten kanssa. Tuloksista havaitaan Tairan säännön tuottavan suurimpia venymäamplitudeja lukuun ottamatta kehitettyjä materiaalimallin versioita selkeästi lyhyempiä virumisväsymiskestoikiä. 600 °C:een lämpötilassa Tairan sääntö tuottaa kaikilla analysoiduilla venymäamplitudeilla kehitettyjä materiaalimallin versioita lyhyempiä kestoikiä, mutta matalammissa lämpötiloissa materiaalimallin versio 2 tuottaa suurilla venymäamplitudeilla Tairan sääntöäkin lyhyempiä kestoikiä. Suurilla venymäamplitudeilla lämpötiloissa 500 ja 550 °C materiaalimallin versio 2 tuottaa Tairan sääntöä lyhyempiä kestoikiä mallin version sisältämän Monkman-Grant-hypoteesin vuoksi, joten hypoteesin soveltuvuutta suuria venymiä alle 600 °C:een lämpötiloissa tarkasteleviin analyyseihin olisi syytä arvioida tarkemmin materiaalikokeiden perusteella. Kokonaisuudessaan tuloksista havaitaan Tairan säännön mukaisen kestoiän vakioituvan venymäamplitudin ollessa välillä 0,001–0,002, minkä jälkeen kasvava venymäamplitudi ei enää vaikuta kovin merkittävästi kestoikään. Tätä suuremmilla venymäamplitudeilla plastista muodonmuutosta alkaa syntyä vertailulaskelmiin käytetyssä ideaalisesti plastisessa materiaalimallissa myös pakkosiirtymien aikana estäen relaksaatiojännitysten kasvun, jolloin kuormitussyklin aikaisen virumisvenymän suuruus ei enää muutu venymäamplitudin kasvaessa. Tuloksista myös havaitaan väsymisen vaikutuksen virumisväsymiskestoikään olevan Tairan säännöllä analysoitaessa hyvin vähäinen ja kestoikä määräytyy käytännössä virumisvenymän perusteella, kuten liitteen D esimerkkilaskelmasta havaitaan. Näin ollen myöskään valitulla väsymisyhtälöllä ei ole oleellista vaikutusta tuloksiin, vaan tuloksiin vaikuttaa pääasiassa virumismurtovenymän määritystapa.



Kuva 5.22. *Siirtymäohjatuissa virumisväsymisanalyyseissa teräksen SA-335 P91 materiaalimallin versioilla sekä Tairan säännöllä saatavat virumisväsymiskestoiät venymäamplitudin funktiona.*

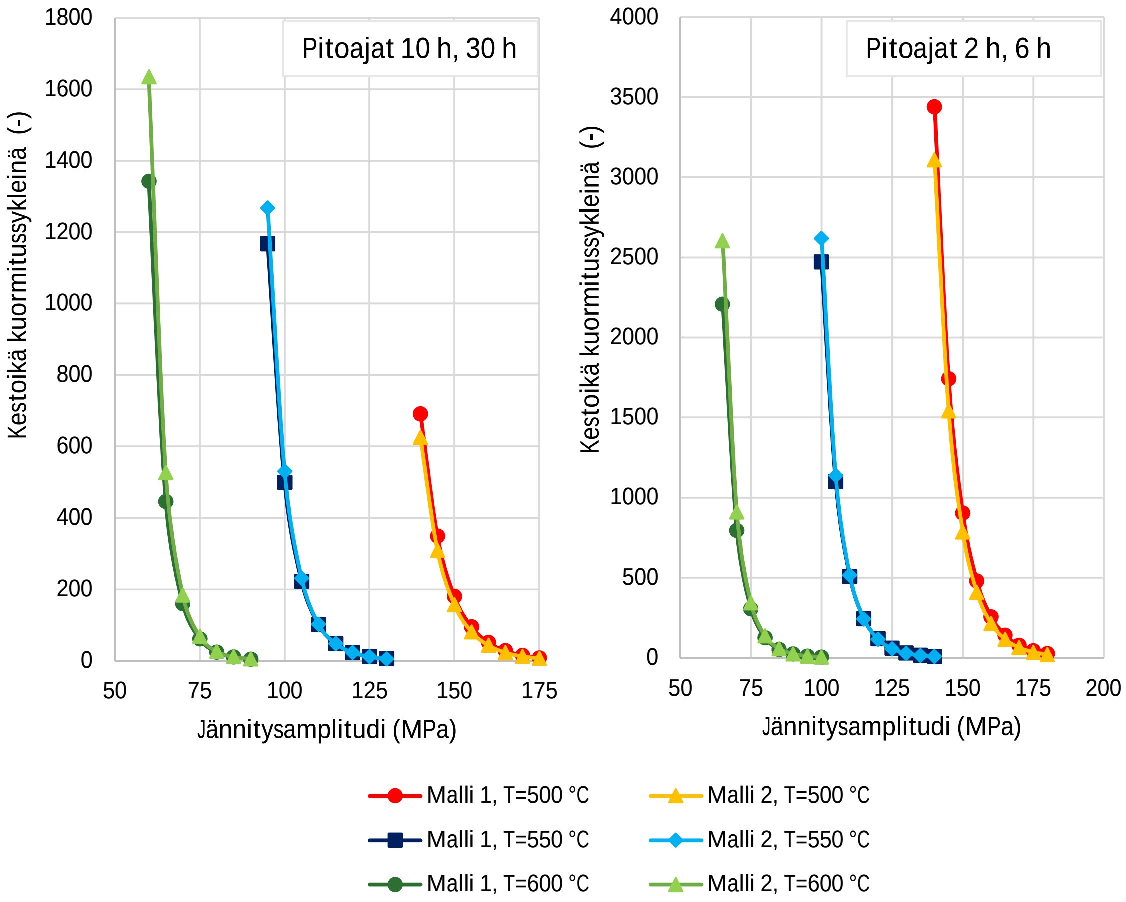
Kehitettyjen materiaalimallin versioiden kuormaohjatuissa virumisväsymisanalyyseissa on käytetty kuvan 5.23 mukaista jännityshistoriaa, jossa kuormitussykli koostuu kahdesta eripituisesta pitoajasta eri yksiakselisella virumisjännityksellä. Ensimmäisen pitoajan aikana jännitystasona on valittu analyysin maksimijännitys ja toisen pitoajan aikana jännitystaso on 90 % ensimmäisen pitoajan jännitystasosta. Kuormaohjatut virumisväsymisanalyysit on tehty teräksen SA-335 P91 materiaalimallin versioilla 1 ja

2 lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C geometrisesti lineaarisella FEM-mallilla. Tehdyissä analyyseissa valitut pitoajat ovat 10 ja 30 h sekä 2 ja 6 h ja kuormanmuutosten kestoaika on 100 s. Analyyseissa aika-askelpituus kuormanmuutosjaksolla on ollut kuormanmuutoksen kestoaika 100 s ja pitojaksoilla aika-askelpituudet on valittu siten, että analyyseissa vaurion maksimiarvoksi on saatu vähintään 0,3 ennen ratkaisun hajaantumista.



Kuva 5.23. *Kuormaohjatussa virumisväsymisanalyysissa käytetty yksiakselisen jännitysvaihtelun aiheuttava kuormitussykli. Syklissä on kaksi eripituista virumisjaksoa, joista jälkimmäisessä virumisjännitys on 90 % ensimmäisen virumisjakson vetojännityksestä. Pitoaika jälkimmäisessä virumisjaksossa on kolminkertainen ensimmäiseen verrattuna.*

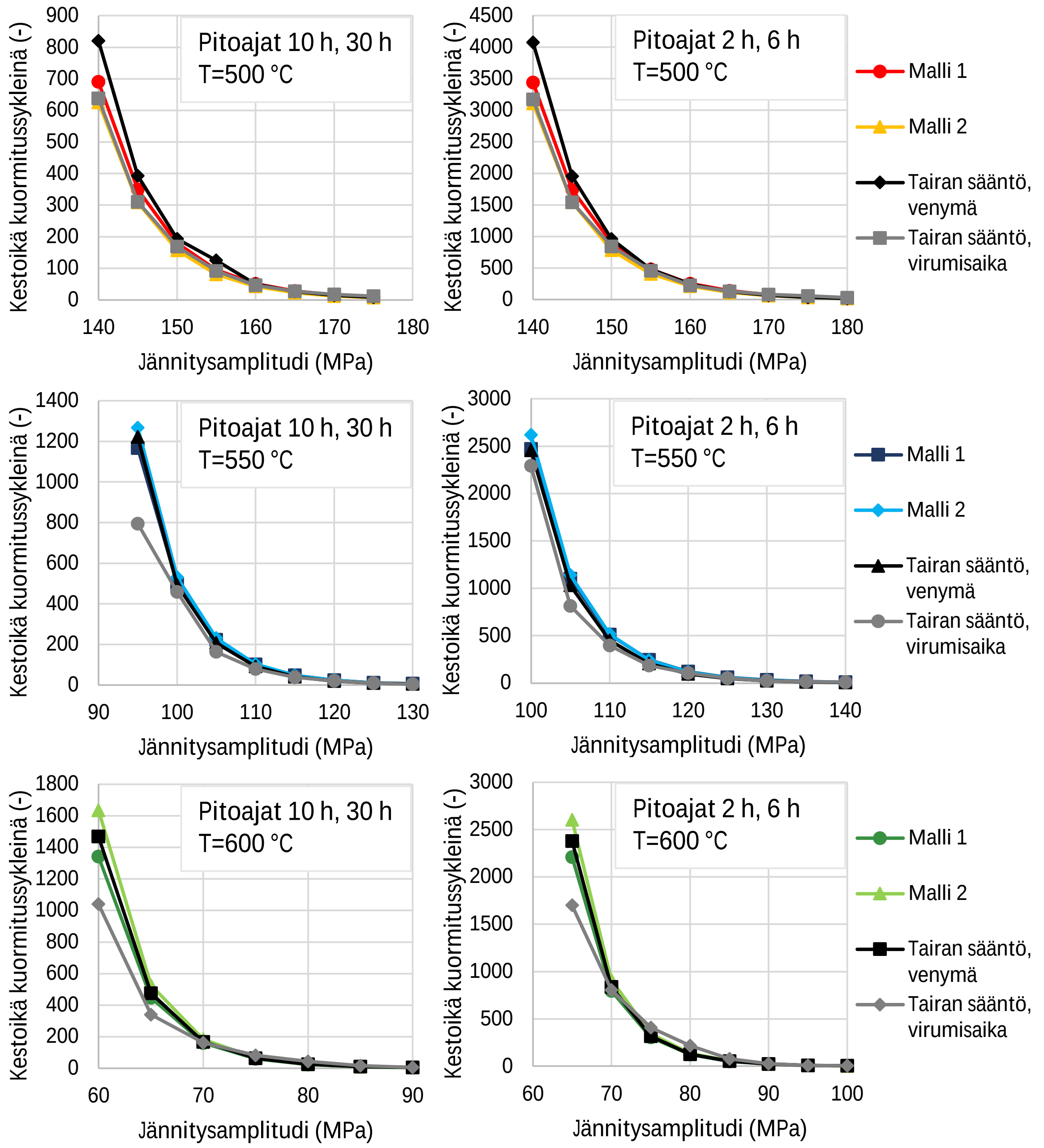
Materiaalimallin versioilla tehdyillä kuormaohjatuilla virumisväsymisanalyyseilla saadut kestoiät kuormitussykleinä on esitetty analyysin suurimman jännitysamplitudin funktiona kuvassa 5.24. Tuloksista on jälleen havaittavissa virumisväsymiskestoiän merkittävä aleneminen lämpötilan kohotessa, mikä on seuraus sekä virumis- että väsymiskestoiän alenemisesta lämpötilan noustessa. Kuormaohjatun analyysin tapauksessa tuloksista havaitaan myös virumisväsymiskestoikien olevan ajallisesti käytännössä samoja sekä 10 ja 30 tunnin että 2 ja 6 tunnin pitoajat sisältävissä analyyseissa, sillä kuormaohjatussa analyysissa virumisnopeuteen ei vaikuta jännitysten relaksaatio kuten siirtymäohjatussa analyysissa. Lisäksi kestoikien ollessa ajallisesti likimain samat kummankin pitoaikayhdistelmän sisältävissä analyyseissa samassa ajassa esiintyvien kuormitussyklien viisinkertaisesta erosta huolimatta, voidaan todeta väsyttävän kuormituksen vaikutuksen kestoikään olevan näissä analyyseissa hyvin pieni. Tuloksista myös havaitaan materiaalimallin versioiden 1 ja 2 tuottavan melko tarkasti samat kestoiät kaikissa lämpötiloissa toisin kuin siirtymäohjatun analyysin tapauksessa.



Kuva 5.24. *Kuormaohjatuissa virumisväsymisanalyyseissa teräksen SA-335 P91 materiaalimallin versioilla saatavat virumisväsymiskestoiät analyysin suurimman jännitysamplitudin funktiona.*

Myös kuormaohjatuilla virumisväsymisanalyyseilla saatuja kestoikiä on verrattu Tairan säännöllä (41) saataviin virumisväsymiskestoikiin materiaalimallin versioiden tuottamien tulosten validoimiseksi. Tairan säännöllä virumisväsymiskestoikiä laskettaessa väsymisen vaikutus kestoikään on määritetty Manson-Hirschbergin yleisten kulmakertoimien väsymisyhtälön (15) parametreja käyttäen Manson-Halfordin keskijännityksen vaikutuksen väsymiskestoikään huomioivalla väsymisyhtälöllä (19) ja vaihtuva-amplitudisen kuormituksen aiheuttama väsymisvaurio on laskettu Palmgren-Minerin lausekkeella (27). Virumisen vaikutus kestoikään on kuormaohjatuissa analyyseissa laskettu sekä Robinsonin virumisaikoihin perustuvalla yhtälöllä (37) että Liebermanin virumisvenymiin perustuvalla yhtälöllä (39). Robinsonin yhtälössä käytetyt virumismurtoajat on määritetty kuvassa 5.3 esitettyjen teräksen SA-335 P91 eri lämpötiloissa määritettyjen virumismurtoaikojen perusteella. Lisäksi Liebermanin yhtälössä käytetyt virumismurtovenymät ovat samoja kuin liitteessä D esitetyssä siirtymäohjatussa analyysissa käytetyt arvot. Tairan sääntöön perustuvien vertailulaskelmien lähtötiedot on määritetty yksiakselisessa jännitystilassa Ansys-elementtimenetelmäohjelmistolla tehdyillä geometrisesti lineaarisilla analyyseilla, joista saaduista tuloksista on määritetty kuormitussyklin venymäamplitudit, jännitykset ja kuormitussyklin aikana syntyvä vakiona pysyvä virumisvenymä. Ansys-mallissa on käytetty siirtymäohjatun analyysin yhteydessä esiteltyä Ansyksen lineaarisesti kimmoista ja ideaalisesti plastista materiaalimallia, jossa virumisjaksojen aikainen viruminen on mallinnettu Nortonin virumismallilla, ja materiaalimallin parametrit ovat täysin siirtymäohjatun analyysin parametrien mukaiset. Tairan sääntöön perustuvien virumisväsymiskestoikien laskennan periaate on esitetty tarkemmin liitteessä E.

Teräksen SA-335 P91 materiaalimallin versioilla kuormaohjatuissa analyyseissa saadut kuvassa 5.24 esitetyt virumisväsymiskestoiät on esitetty uudelleen kuvassa 5.25 yhdessä Tairan säännöllä saatujen virumisväsymiskestoikien kanssa. Tuloksista havaitaan kehitettyjen materiaalimallin versioiden tuottavan hyvin tarkasti samoja kestoikiä Tairan säännöllä laskettujen vertailutulosten kanssa erityisesti suurehkoilla maksimijännitysamplitudin arvoilla. Myös pienehköillä maksimijännitysamplitudeilla materiaalimallin versioiden tuottamat kestoiät ovat varsin lähellä Tairan säännöllä saatavia vertailutuloksia, mitä voidaan pitää hyvänä saavutuksena. Lisäksi Tairan säännön eri versioiden mukaan lasketut virumisväsymiskestoiät ovat melko lähellä toisiaan, vaikka Robinsonin virumisaikaosuuksiin perustuvan säännön mukaan laskettu virumisväsymiskestoikä onkin jonkin verran Liebermanin virumisvenymäosuuksiin perustuvalla säännöllä laskettua kestoikää lyhyempi erityisesti pienillä maksimijännitysamplitudeilla. Kuormaohjattujen analyysien tuloksia liitteen E mukaisella periaatteella laskettaessa on myös havaittu väsymisen vaikutuksen kestoikään olevan hyvin vähäinen, sillä syntyneen virumisväsymisvaurion väsymisestä aiheutuvan osuuden suuruus on vain noin promillen suuruusluokkaa kokonaisvauriosta tehdyissä analyyseissa, jolloin analyyseilla saatava kestoikä määräytyy käytännössä materiaalin virumiskäyttäytymisen perusteella.



Kuva 5.25. *Kuormaohjatuissa virumisväsymisanalyyseissa teräksen SA-335 P91 materiaalimallin versioilla sekä Tairan säännöllä saatavat virumisväsymiskestoiät analyysin suurimman jännitysamplitudin funktiona.*

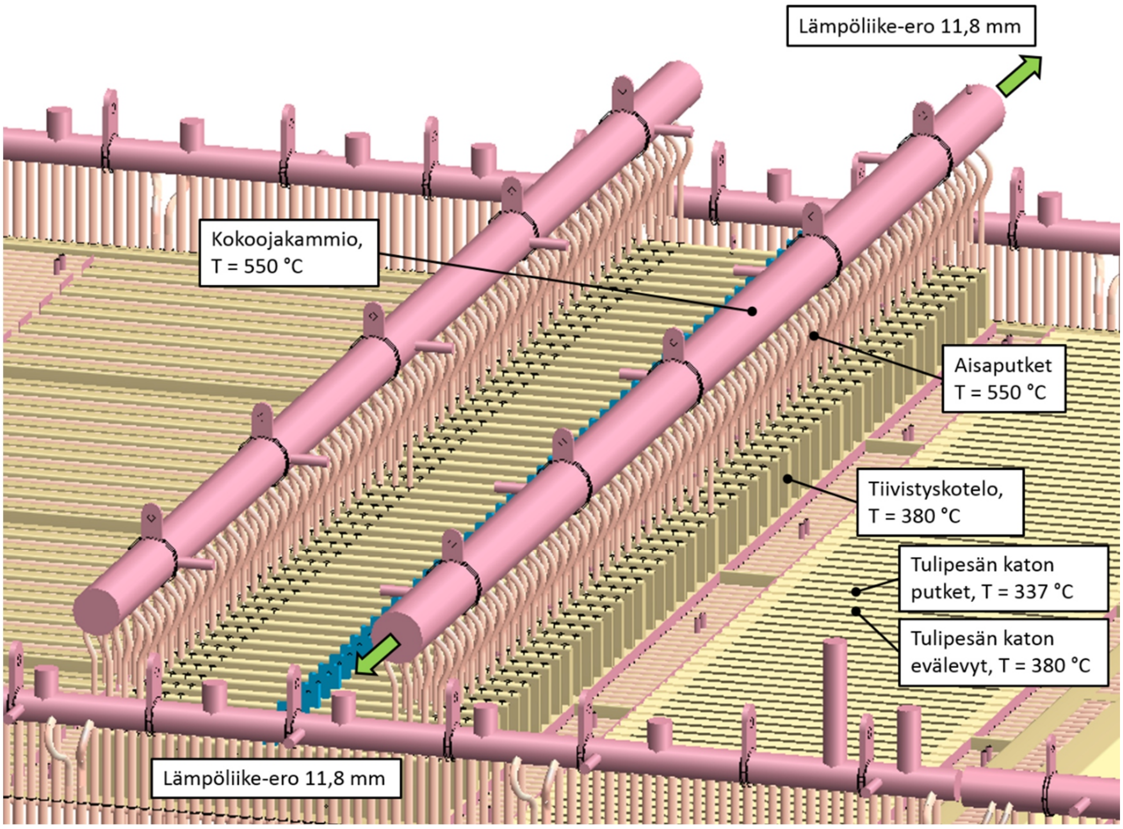
Kokonaisuudessaan kehitetyn materiaalimallin versioilla saatavia tuloksia voidaan pitää luotettavina yksiakselisissa jännitystiloissa materiaalimallin versioilla laskettujen siirtymä- ja kuormaohjattujen analyysien tulosten ja Tairan säännöllä laskettujen vertailutulosten yhteneväisyyden perusteella. Kehitetyillä materiaalimallin versioilla saatavat kestoiät ovat Tairan säännöllä saatavia kestoikiä suurempia erityisesti siirtymäohjatuissa analyyseissa pienillä ja keskisuurilla venymäamplitudeilla. Ilmiötä voidaan kuitenkin pitää Tairan säännön yksinkertaisuudesta aiheutuvista rajoitteista johtuvana erityispiirteenä ja seurauksena melko konservatiivisesti arvioiduista Tairan säännön yhteydessä käytetyistä virumismurtovenymistä eikä niinkään osoituksena kehitettyjen materiaalimallin versioiden tuottamien tulosten virheellisyydestä. Kuormaohjatuissa analyyseissa materiaalimallin versioilla saatavat tulokset ovat hyvin lähellä Tairan säännöllä saatavia tuloksia sekä virumisvenymäperustaista että virumisaikaperustaista Tairan sääntöä sovellettaessa. Esitettyjen tulosten perusteella kehitettyjen materiaalimallin versioiden tuottamia virumisväsymisanalyysien tuloksia voidaan siis pitää luotettavina ja kirjallisuudessa esitetyillä menetelmillä saatavia tuloksia käytännön rajoitteet huomioiden hyvin vastaavina.

6 TULISTINKAMMION LUJUUSLASKENTA

Diplomityön yhteydessä kehitetyllä viskoplastisella materiaalimallilla on tutkittu esimerkinomaisesti kerrosleijukattilan tulistimen väsymistä ja virumista sen käyttöiän aikana. Tutkittavan tulistinkammion rakenne ja kuormitukset esitellään yleisesti luvussa 6.1 ja tulistinkammion analysointiin käytetty FEM-malli kuormituksineen ja tuentoineen esitellään luvussa 6.2. Varsinaisten FEM-analyysien tulokset esitetään luvussa 7.

6.1 Tarkasteltava rakenne

Tässä diplomityössä tarkasteltava kerrosleijukattilan kuumin tulistin on esitetty kuvassa 6.1. Tulistin sijaitsee kuvan mukaisesti kerrosleijukattilan tulipesän katon korkeudella siten, että tulistimen elementit ovat tulipesän sisällä savukaasuvirtauksessa, mutta tulistinkammiot ja tulistinkammioiden aisaputket ovat tulipesän katon yläpuolella. Tulistimen ja katon läpivienti tiivistetään kuvan mukaisilla levyrakenteisilla tiivistyskoteloilla tulipesän kaasutiiviyden varmistamiseksi. Tulistimen kokoojakammio on sen jakokammiota kriittisempi väsymisen ja virumisen kannalta kokoojakammion selkeästi jakokammiota korkeamman käyttölämpötilan vuoksi, joten tässä työssä tarkastellaan tulistimen kokoojakammiota.



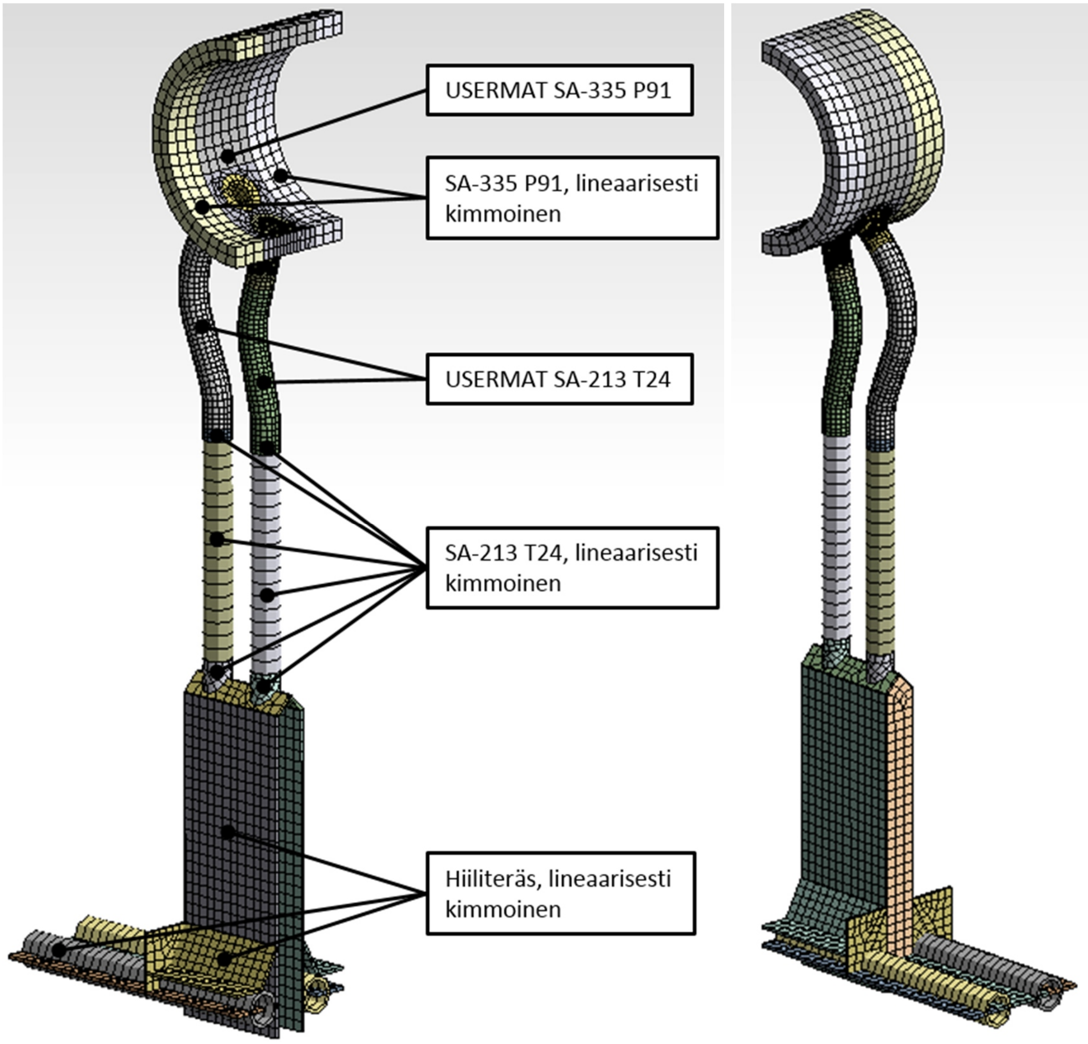
Kuva 6.1. *Tarkasteltava tulistimen kokoojakammio sekä osien lämpötilat ja lämpötila-eroista aiheutuva lämpöpitenemisero.*

Tarkasteltavalle tulistimelle aiheuttavat kuormituksia tulistimen sisällä olevan höyryn paine 14,0 MPa sekä tulistimen ja tulipesän katon lämpötilaeron aiheuttamasta lämpöliike-erosta syntyvät lämpöjännitykset, jotka ovat suurimpia tulistimen reunimmaisissa aisaputkissa niissä esiintyvän suurimman kumulatiivisen lämpöliike-eron vuoksi. Tarkasteltavan tulistimen kokoojakammion kammioputken ja aisaputkien lämpötila on 550 °C ja tulistimen läpivientikohdassa olevien tulipesän katon putkien lämpötila on tulipesän katon putkissa kiertävän veden ja kylläisen höyryn vuoksi 14,0 MPa:in paineessa esiintyvän kylläisen höyryn lämpötilan 337 °C (Wagner & Kretzschmar 2008, s. 188) mukainen. Tulistimen tiivistyskoteloiden ja tulipesän katon putkien välisten evälevyjen lämpötilaksi on arvioitu 380 °C, joka on hieman kylläisen höyryn lämpötilaa korkeampi tulistimen elementtiputkista sen tiivistyskoteloihin ja savukaasuista evälevyihin siirtyvän lämmön vuoksi. Tulistinkammion ja tulipesän katon lämpötilaerosta aiheutuu tulistinkammion ja tulipesän katon välille tulistimen reunimmaisten aisaputkien kohdalle liitteessä F esitetyn laskelman mukainen 11,8 mm:n lämpöpitenemisero, joka taivuttaa tulistimen reunimmaisia aisaputkia ja aiheuttaa niihin siten taivutusjännityksiä, jotka saavat aisaputkissa aikaan relaksaatiota ja virumista. Lisäksi tulistinkammioon aiheuttavat rasituksia voimalaitoksen kylmäkäynnistykset ja alasajot, sillä kattilan ollessa alasajettuna on tulipesän ja tulistimen lämpötila vain huoneenlämpötilan 20 °C suuruinen, jolloin jännityserot kylmän huoltoseisokin lähes jännityksettömän tilan ja kuuman käyttötilanteen suurten jännitysten tilan välillä aiheuttavat väsymistä suurella kylmäkäynnistysten määrällä. Tulistinkammion ja tulipesän katon osien lämpötiloja ja syntyvää lämpöliike-eroa on havainnollistettu myös kuvassa 6.1.

Tässä diplomityössä tutkitaan esitellyn tulistimen kuumimmassa lämpötilassa toimivan kokoojakammion rasitetuimpien reunimmaisten aisaputkien virumisväsymiskestävyyttä kehitetyillä materiaalimallin versioilla. Tulistin halutaan mitoittaa 200 000 tunnin käyttöiälle, jonka aikana se voi altistua 2000 kylmäkäynnistykselle. Työssä tarkastellaan myös tulistinkammion aisaputkien pituuden ja samassa poikkileikkauksessa sijaitsevien aisaputkien välisen kulman vaikutusta tulistinkammion virumisväsymiskestävyyteen.

6.2 FEM-malli ja mallin kuormitukset

Tulistinkammion virumisväsymisanalyyseissa käytetyn tulistinkammion reunimmaisia aisaputkia mallintavan FEM-mallin geometria ja elementtiverkko on esitetty kuvassa 6.2. Tulistimen kokoojakammio on tiivistyskoteloa lukuun ottamatta symmetrinen kammion akselin suuntaisen pystysuoran tason suhteen, joten kammiosta on mallinnettu vain symmetriapuolikas FEM-mallin elementtimäärän ja laskenta-ajan minimoimiseksi. Symmetriapuolikkaana on tässä tapauksessa käytetty puolikasta, joka sisältää tiivistyskotelon päätylevyn, sillä se on vastakkaista kotelon puolikasta jäykempi taivutusta vastaan ja johtaa siten konservatiivisempiin tuloksiin suurempien virumis- ja relaksaatiojännitysten vuoksi. Tulistimen elementtiputkia ei ole mallinnettu, vaan aisaputkien mallinnus on lopetettu tiivistyskotelon yläosan tasolle, sillä elementtiputket riippuvat vapaasti tulipesässä, jolloin ne eivät jäykistä tulistinkammiorakennetta eivätkä ne siten vaikuta analyysin tuloksiin merkittävästi.



Kuva 6.2. *Tulistinkammion reunimmaisten aisaputkien FEM-mallin elementtiverkko ja elementtiverkon osissa käytetyt materiaalimallit.*

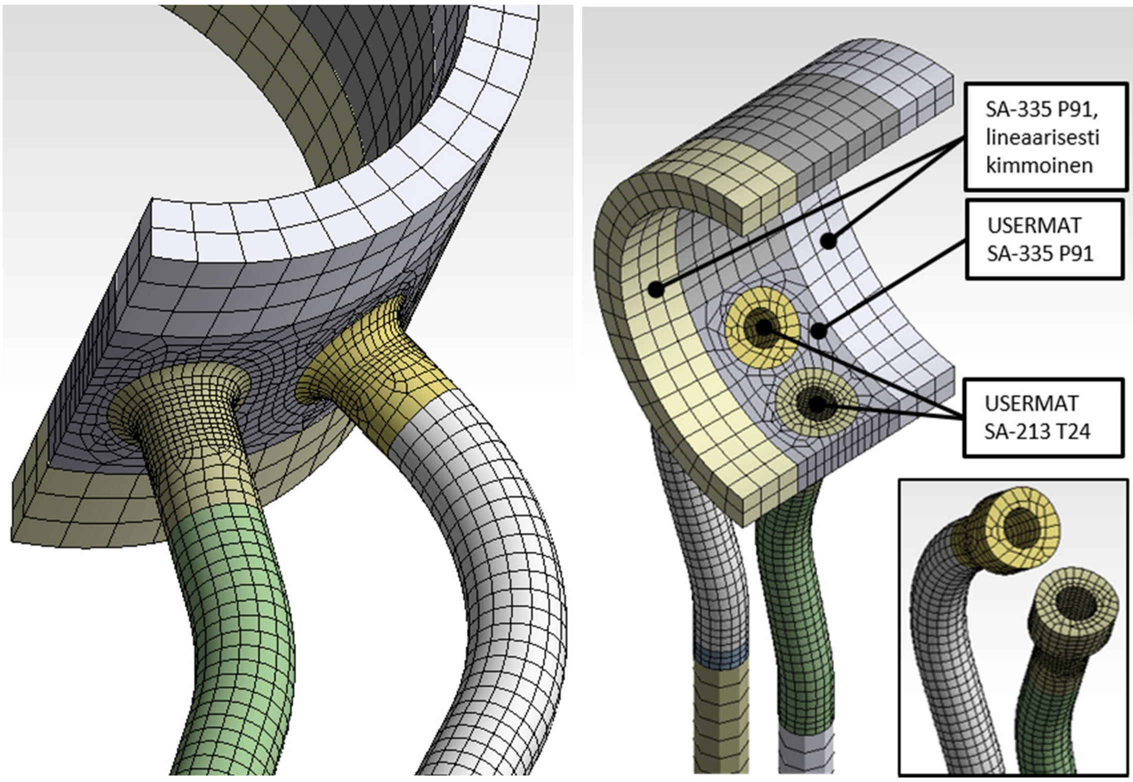
FEM-mallin rakenteen ensisijaisena tarkastelun kohteena olevat tulistinkammio Ø355,6 x 32 mm ja sen aisaputkien Ø44,5 x 5,6 mm yläosat on verkotettu 20-solmuisilla pääasiassa heksaedrin muotoisilla SOLID186-kontinuumielementeillä ja 10-solmuisilla tetraedrin muotoisilla SOLID187-kontinuumielementeillä (Ansys, Inc 2015, s. 539–541). FEM-mallin laskenta-ajan minimoimiseksi rakenteen ei-kriittisiksi osiksi todetut aisaputkien suorat osuudet ja tulipesän katon putket on mallinnettu BEAM188-palkkielementeillä ja tulistimen tiivistyskotelo sekä tulipesän katon putkien väliset evälevyt on mallinnettu 4-solmuisilla SHELL181-kuorielementeillä (Ansys, Inc 2015, s. 532). Käytetyn FEM-mallin elementtimäärä on kokonaisuudessaan noin 10 200 kappaletta. Tarkasteltavan tulistimen kammioputken materiaali on teräs SA-335 P91, aisaputkien materiaali teräs SA-213 T24 ja tulipesän katon putkien ja evälevyjen sekä tulistimen tiivistyskotelon materiaali tavanomainen hiiliteräs.

FEM-mallin laskenta-ajan minimoimiseksi siinä on käytetty kuvan 6.2 mukaisesti kontinuumielementtejä ja kehitettyä Usermat-materiaalimallia vain virumisväsymisen kannalta kriittisimmiksi havaituissa kohdissa, jotka ovat tulistimen aisaputkien taivutetut yläpäät ja tulistinkammion aisaputkiin liittyvä keskiosa. Tulistinkammion kammioputken keskiosassa on käytetty kehitettyä kammioputken teräksen SA-335 P91 Usermat-materiaalimallia ja tulistinkammion aisaputkien yläosissa on käytetty teräksen SA-213 T24 Usermat-materiaalimallia. Koska virumisen on havaittu olevan hyvin vähäistä tarkasteltavan tulistinkammion osan reunoilla ja aisaputkien suorilla osilla ja koska tiivistyskotelon ja tulipesän katon virumista ei ole pidetty analysoitavan rakenteen kannalta kriittisenä eikä määrällisesti merkittävänä, on näissä osissa käytetty materiaalimalleina lineaarisesti kimmoisia teräksen materiaalimalleja, joiden kimmokertoimet on määritetty vastaamaan kyseessä olevaa terästä. Lineaarisesti kimmoisissa terästen SA-213 T24 ja SA-335 P91 materiaalimalleissa käytetyt kimmokertoimet eri lämpötiloissa on esitetty taulukoissa 5.2 ja 5.4 ja hiiliteräksen kimmokerroin eri lämpötiloissa on esitetty taulukossa 6.1. Lineaarisesti kimmoisissa materiaalimalleissa Poissonin lukuna on käytetty arvoa 0,3, sillä se on ASME Boiler and Pressure Vessel Coden (2013, s. 791) mukainen Poissonin luku sekä tutkittaville kuumalujille teräksille että hiiliteräkselle tarkasteltavissa lämpötiloissa. Aisaputkien taivutettujen kontinuumielementeillä verkotettujen osien alapäissä on lisäksi käytetty 20 mm korkealla suoralla putkiosuudella kuvan 6.2 mukaisesti Usermat-materiaalimallin sijasta teräksen SA-213 T24 lineaarisesti kimmoista materiaalimallia, jotta aisaputkien suorien osuuksien palkkielementtien ja kontinuumielementtien välille muodostettujen jäykkien liitoselementtien vaikutuksesta ei synny aiheetonta vaurionkasvua aisaputkien taivutettujen osien alapäihin.

Taulukko 6.1. *FEM-mallissa käytetyn niukkahiilisen hiiliteräksen kimmokerroin eri lämpötiloissa (ASME Boiler and Pressure Vessel Code 2013, s. 785).*

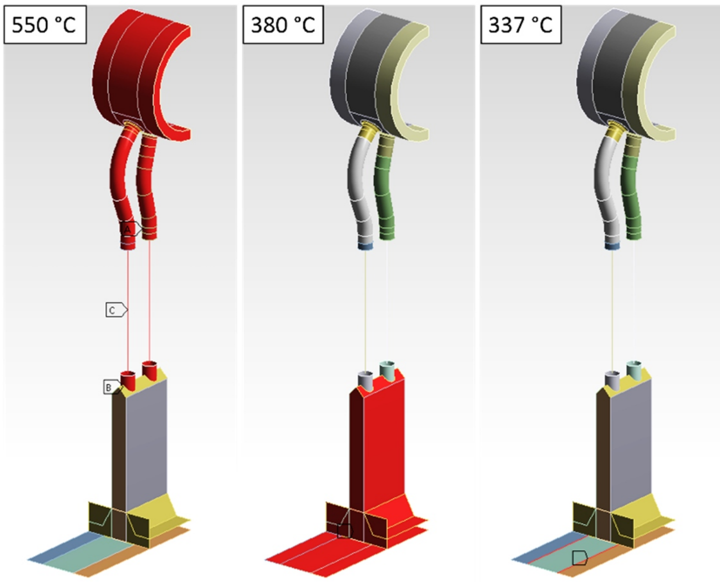
Lämpötila (°C)	**20**	**100**	**200**	**300**	**400**
Kimmokerroin (GPa)	202	198	192	185	171

Kuvassa 6.3 on esitetty tulistinkammion FEM-mallin aisaputkien ja kammioputken liitoshitsin kohdan tihennetty elementtiverkotus. Aisaputkista vain lähempänä symmetriatasoa olevaan putkeen on tehty merkittävä elementtiverkon tihennys, sillä sen on havaittu olevan aisaputkista virumisväsymisen kannalta huomattavasti kriittisempi. Aisaputkien ja tulistinkammion väliset hitsit on mallinnettu todenmukaisesti pienahitseinä, joiden a-mitta on 6 mm ja joiden pyöristyssäteet hitsin rajaviivoilla ovat 10 mm. Kuvassa 6.3 on myös esitetty kammion sisäpuolelta katsottuna tulistinkammion ja aisaputkien liitoksen mallinnus, jossa elementtiverkon elementtimäärän pienentämiseksi aisaputken ja kammioputken välinen liitos on mallinnettu siten, että aisaputkea on jatkettu aisaputken pienahitsin suurimman halkaisijan mukaisella lieriöpinnalla kammioputken sisäpinnalle saakka. Tällä mallinnustavalla on vältetty myös materiaalimallin vaihtumisesta rasitetussa hitsausliitoksessa aiheutuvat konvergenssiongelmat, eikä mallinnustapa käytännössä aiheuta virhettä tuloksiin, sillä analyysien kriittisimmät kohdat eivät esiinny kammioputken sisäpinnalla vaan aisaputkessa.



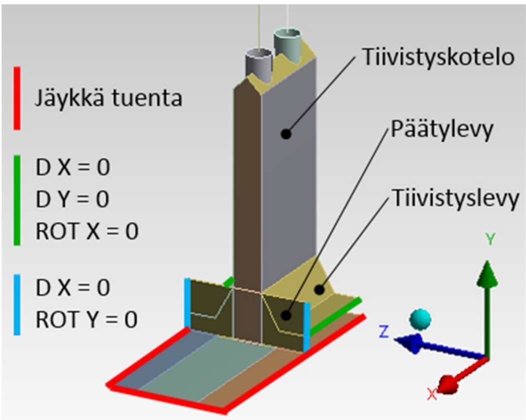
Kuva 6.3. *FEM-mallin elementtiverkon tihennys kriittisimmän symmetriatasoa lähimpänä olevan aisaputken hitsin läheisyydessä ja kammioputken sisäpuolen elementtiverkko. Kuvassa on myös esitetty aisaputkien ja kammion liitoksen mallinnustapa sekä elementtiverkossa käytetyt materiaalimallit.*

FEM-mallissa tulistinkammion kuormituksina vaikuttavat voimalaitoksen käyttöaikana tulistinkammion sisällön paine 14,0 MPa ja siitä kammioputkeen aiheutuva kammion akselin suuntainen jännityskomponentti. Lisäksi FEM-mallissa kuormituksena on kattilarakenteen lämpötilaeroista aiheutuva kammion akselin suuntainen lämpöliike, jonka suuruus on liitteessä F esitetyn laskelman mukaisesti 11,8 mm tarkasteltavan tulistimen rasitetuimpien reunimmaisten aisaputkien kohdalla, joita tässä yhteydessä tarkastellaan. Tulistinkammiorakenteen osien lämpötilat analyyseissa kattilan käyttötilanteessa on esitetty kuvassa 6.4. Kuvan mukaisesti tulistinkammion ja sen aisaputkien lämpötila analyyseissa on käyttötilanteessa 550 °C, tulistimen tiivistyskotelon ja tulipesän katon putkien välissä olevien evälevyjen lämpötila on 380 °C ja tulipesän katon putkien lämpötila on 337 °C. Analyyseissa kattilan ollessa alasajettuna tulistinkammion sisällön paine on 0 MPa ja tulistinkammion lämpöliikkeestä aiheutuva aksiaalisiirtymä 0 mm. Lisäksi kaikkien tulistinrakenteen osien lämpötila voimalaitoksen ollessa alasajettuna on voimalaitosrakennuksen sisäilman lämpötila 20 °C.



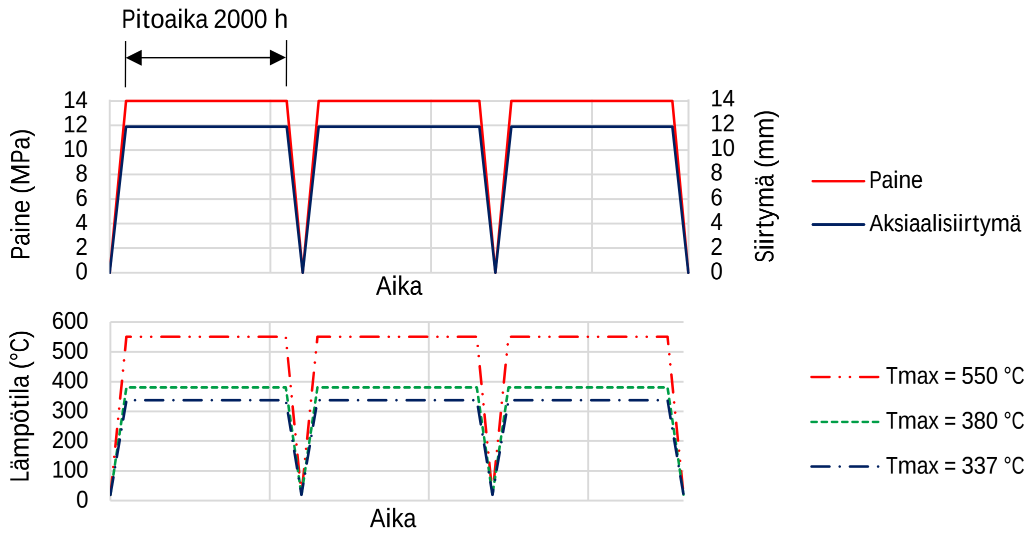
Kuva 6.4. *Tulistinkammion FEM-mallin osat, joiden käyttölämpötila on 550 °C, on esitetty vasemmalla, osat, joiden käyttölämpötila on 380 °C, on esitetty keskellä ja osat, joiden käyttölämpötila on 337 °C, on esitetty oikealla.*

Analysoitava tulistinrakenne on tuettu FEM-mallissa symmetriatasolta symmetriareunaehdon mukaisilla kontinuumielementtien solmujen siirtymärajoitteilla ja kuori- ja palkkielementtien solmujen siirtymä- ja kiertymärajoitteilla. Lisäksi tulistinkammioputken päätyjen tasopintojen kiertymä kammion poikkileikkauksen tasossa olevien akseleiden ympäri on estetty, sillä tulistinkammio on todellisuudessa hyvin jäykkä eikä se taivu merkittävästi lämpöpitenemiseroista siihen kohdistuvan taivutusmomentin vaikutuksesta. Tulipesän katon korkeudelta FEM-malli on tuettu kuvan 6.5 mukaisilla siirtymä- ja kiertymäreunaehdoilla. FEM-malli on tuettu kuvan mukaisesti tulipesän katon osan reunoilta jäykällä tuennalla, joka analysoidun hyvin pienen tulistinkammion osan tapauksessa mallintaa tulipesän katon jäykkyyden konservatiivisesti hieman todellisuutta suuremmaksi. Lisäksi tulipesän katon päällä tiivistyskotelon reunoilla olevat tiivistyslevyt on tuettu reunoistaan siten, että niiden X- ja Y-suuntaiset siirtymät ja kiertymä X-akselin ympäri on estetty, jolloin tiivistyslevyn reunalle sallitaan Z-suuntainen siirtymä, joka käytännössäkin tulistinkammion kaikkien reunimmaisten aisaputkien taipuessa rakenteessa esiintyy. Tulistimen tiivistyskotelon päätylevyn reunat on lisäksi tuettu estämällä niiden X-suuntainen siirtymä ja kiertymä Y-akselin ympäri, jolloin levyn reunat pysyvät todenmukaisesti levyn määrittelemässä tasossa, mutta tuenta ei estä levyn reunojen Z-suuntaista siirtymää, joka tulistimen kaikkien aisaputkien taipuessa tulistimen reunimmaisten tiivistyskoteloiden kohdalla esiintyy.



Kuva 6.5. *Tulistinkammion FEM-mallin alaosan siirtymä- ja kiertymäreunaehdot.*

Tulistinkammiorakenteen FEM-analyyseissa on tutkittu rakenteen virumisväsymistä, jolloin kehitetyn viskoplastisen vaurioituvan materiaalimallin tapauksessa tulistinkammion koko käyttöikä ja sen aikana esiintyvät kuormitussyklit on analysoitu FEM-mallilla, sillä tavanomaisesta väsymis- tai virumislaskennasta poiketen kehitetyllä materiaalimallilla ei voida helposti arvioida rakenteen vaurioitumista vain yhden tai muutaman kuormitussyklin perusteella. Analysoitavalle tulistinkammiolle on määritetty edellä esiteltyjen kuormitusten mukainen kuvassa 6.6 esitetty kuormitussykli, jossa kaikki kuormitukset ja käyttölämpötilat muuttuvat samassa vaiheessa ajan funktiona. Analysoidussa kuormitussyklissä kuormanmuutoksiin ja lämpötilanmuutoksiin kuluva aika on tyypillisen voimalaitoksen ylös- ja alasajon kestoaika noin 6 h (21200 s) ja käyttöaika kullakin käyttöjaksolla vakiokuormituksella ja -lämpötiloilla on 2000 h, joka myös vastaa tyypillistä voimalaitoksen noin 12 viikon käyttöjaksoa. Valitulla voimalaitoksen ylös- ja alasajon kestoajalla 21200 s lämpötilan muutosnopeudeksi välillä 20–550 °C tulee 1,5 °C/min, joka on varsin hidas lämpötilan muutosnopeus. Kattilarakenteen varsin hitaan lämpötilanmuutosnopeuden vuoksi tulistimen lämpötilajakauman lämpötilagradientteja ja niistä aiheutuvia lämpöjännityksiä ei ole analysoitu niiden vähäisten käytännön vaikutusten vuoksi.



Kuva 6.6. *Tulistinkammion aisaputkimallin aksiaalisiirtymä, paine ja tulistinkammion eri osien lämpötilat ajan funktiona.*

Analysoidun voimalaitoksen käyttöiän aikana edellä esitettyjä kuormitussyklejä esiintyy 100 kappaletta, jolloin voimalaitoksen tulistimen käyttöiäksi tulee tyypilliset 200 000 h. Vaikka todellisen tulistimen käyttöiäksi halutaan 2000 kuormitussykliä ja 200 000 käyttötuntia, on analyysi tehty laskenta-ajan lyhentämiseksi vain 100 kuormitussyklille pidentäen voimalaitoksen käyntiaikaa syklin aikana siten, että kokonaiskäyttöajaksi saadaan 200 000 h. Valitun analysointitavan on havaittu kuvaavan tulistinkammion virumisväsymistä varsin hyvin, sillä väsymisen vaikutus kestoikään on todettu analyyseissa varsin vähäiseksi ja virumisen sekä relaksaation vaikutus hyvin merkittäväksi. Näin ollen analysointitapa kuvaa tulistimen käyttöä hyvin, koska sillä pystytään analysoimaan koko tulistimen käyttöaika.

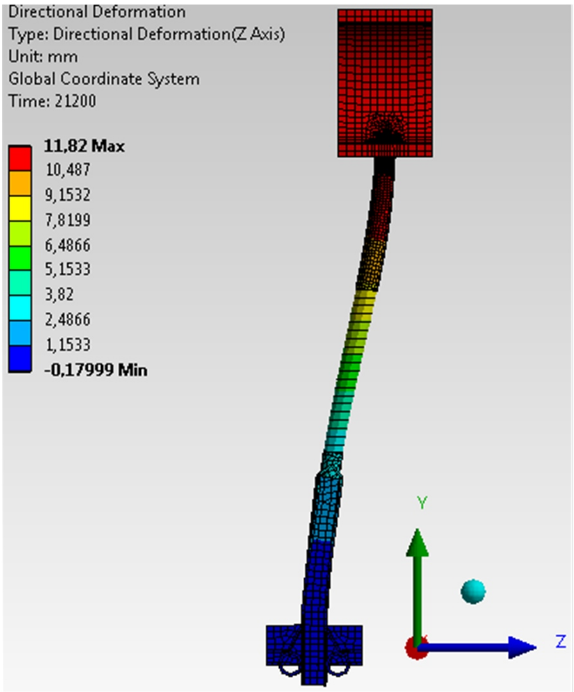
Kehitetyllä materiaalimallilla analysoidaan esimerkinomaisesti tutkittavan tulistinkammion vaurioitumista ja siinä esiintyviä ekvivalentteja plastisia venymiä tulistimen käyttöiän aikana. Lisäksi materiaalimallilla analysoidaan tulistimen geometrian muutosten vaikutusta tulistinkammion kriittisimmän kohdan vaurioitumiseen ja siinä käyttöiän aikana esiintyvään ekvivalenttiin plastiseen venymään. Analyysit suoritetaan tutkimalla tulistinkammion aisaputkien pituuden eli tulistinkammioputken akselin ja tulipesän katon välisen etäisyyden vaikutusta rakenteen virumisväsymiseen käyttöiän aikana. Lisäksi analyyseissa tutkitaan tulistinkammion kahden keskimmäisen aisaputken välisen kulman muutoksen vaikutusta tulistimen vaurioitumiseen ja siihen käyttöiän aikana syntyviin ekvivalentteihin plastisiin venymiin, kun tulistinkammioputken akselin ja tulipesän katon välinen etäisyys ja tulistimen samalla puolella olevien kahden aisaputken välinen kulma pysyvät vakioina.

7 LUJUUSLASKENNAN TULOKSET

Tulistinkammion lujuuslaskennan tulokset kehitetyn materiaalimallin versioilla 1 ja 2 esitetään tässä luvussa. Luvussa 7.1 esitetään materiaalimallin versiolla 1 saadut tulokset tulistinkammiorakenteen alkuperäisen geometrian tapauksessa. Tulossuureiden jakaumat tarkasteltavissa osissa pysyvät hyvin samankaltaisina molemmilla kehitetyillä materiaalimallin versioilla ja kaikilla analysoitavilla tulistinkammiogeometrioilla, vaikka tulossuureiden absoluuttiset arvot muuttuvatkin materiaalimallin version ja tulistinkammion geometrian muuttuessa, joten tarkempia tuloksia kummallakin materiaalimallin versiolla ja kaikilla tulistinkammiogeometrian variaatioilla ei esitetä. Luvussa 7.2 esitetään kootusti virumisväsymisanalyysien tulokset eri tulistinkammiogeometrian variaatioilla, joissa joko tulistinkammioputken akselin ja tulipesän katon välistä etäisyyttä tai tulistinkammion kahden keskimmäisen aisaputken välistä kulmaa on muutettu. Luvussa 7.2 esitettävistä tuloksista havaitaan tulistinkammion geometrian muutosten vaikutus siinä käyttöiän lopussa esiintyviin ekvivalentteihin plastisiin venymiin ja vaurion arvoihin.

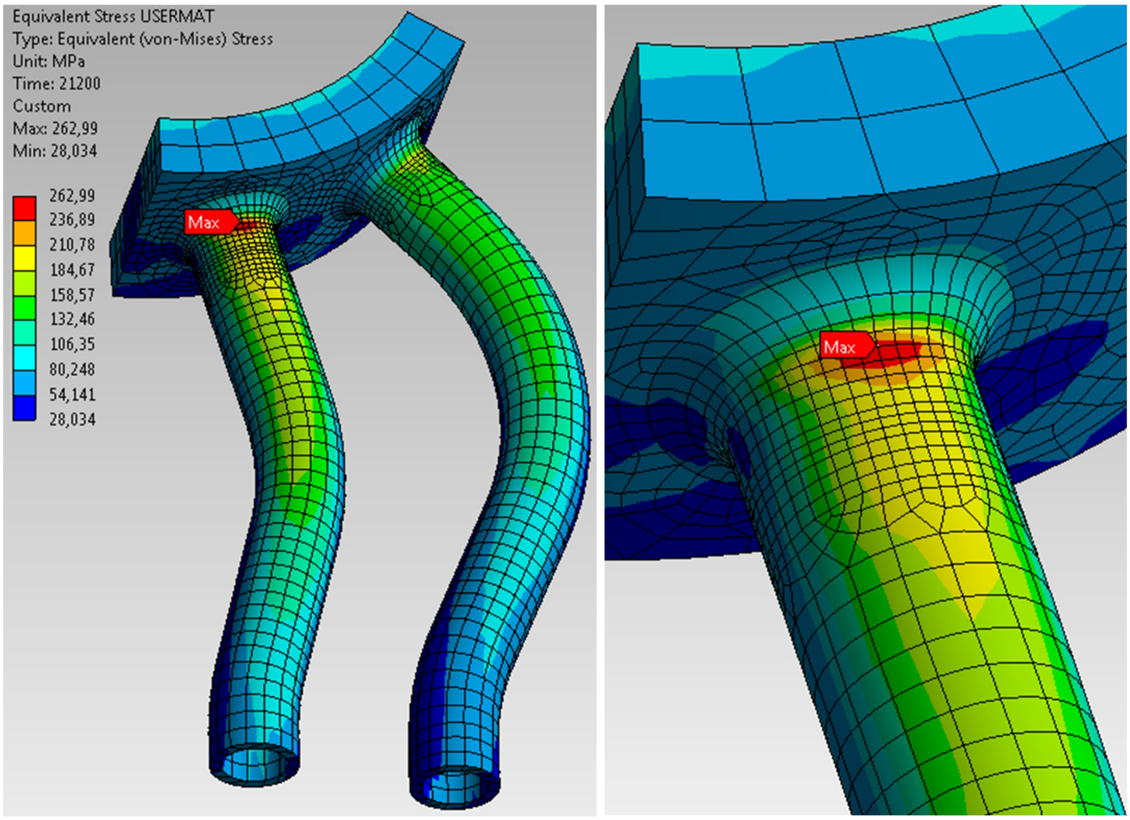
7.1 Tulokset alkuperäisellä tulistinkammiogeometrialla materiaalimallin versiolla 1

Tulistimen alkuperäisellä geometrialla materiaalimallin versiolla 1 saadut virumisväsymisanalyysin tulokset esitetään tässä luvussa. Virumisväsymisanalyyseissa esiintyvä rakenteen deformoitunut muoto tulistimen käyttötilanteessa on esitetty kuvassa 7.1, jossa deformaatiota on skaalattu todellisuutta suuremmaksi muodonmuutoksen havainnollistamiseksi. Koska kammioputken taipumaa taivutusmomentin vaikutuksesta ei ole sallittu kammioputken suuren jäykkyyden vuoksi, kattilarakenteen lämpöpitenemiseron vuoksi syntyvä muodonmuutos ilmenee käytännössä vain tulistimen aisaputkissa ja tiivistyskotelossa.



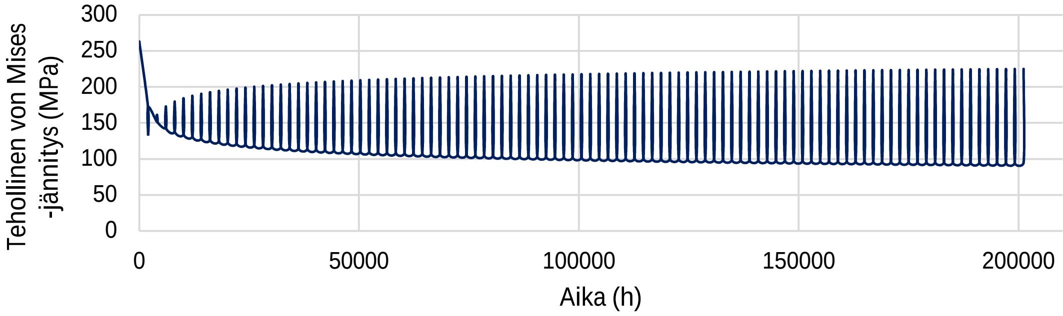
Kuva 7.1. *Tulistinkammion ja tulipesän katon lämpöpitenemiserosta aiheutuva tulistimen reunimmaisten aisaputkien muodonmuutos.*

Tulistinkammiorakenteen virumisväsymiskestävyyden tarkastelu on rajattu virumisväsymisen kannalta kriittisimpiin alueisiin, joissa on luvussa 6.2 esitetyn mukaisesti käytetty kehitettyjä Usermat-materiaalimallin versioita. Tulistinkammiorakenteessa Usermat-materiaalimallin versiolla 1 alkuperäisen tulistinkammiogeometrian tapauksessa esiintyvät suurimmat jännitykset, jotka esiintyvät analyyseissa käyttöiän ensimmäisen käyttöjakson alussa heti voimalaitoksen käyntiinajon jälkeen, on esitetty kuvassa 7.2. Kuvan mukaisesti suurin esiintyvä tehollinen von Mises -jännitys 263 MPa esiintyy tulistinkammion keskimmäisen aisaputken pienahitsin rajaviivalla kammioon liittyvän aisaputken puolella hitsiä. Maksimijännitykset esiintyvät aisaputken puolella, jolla taivutusjännitykset aiheuttavat vetojännityksiä aisaputkeen. Maksimijännitysten esiintymiskohdassa aisaputken taipumasta aiheutuvat taivutusjännitykset ovat suurimmillaan ja hitsausliitoksen aiheuttama geometrinen epäjatkuvuus aiheuttaa jännityskeskittymän.



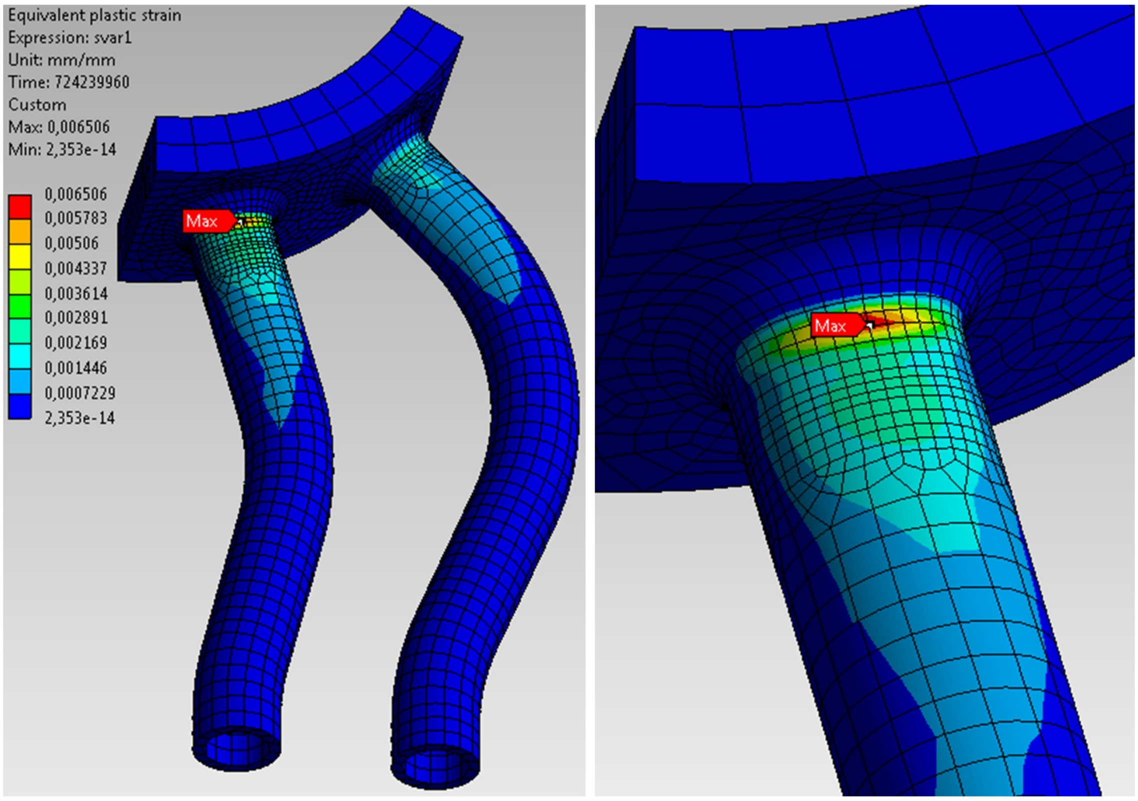
Kuva 7.2. *Tulistinkammion Usermat-materiaalimallin versiolla 1 mallinnettujen osien teholliset von Mises -jännitykset analyysin ensimmäisen käyttöjakson alussa alkuperäisen tulistingeometrian tapauksessa.*

Tulistinkammion aisaputken ja kammioputken välisen hitsin, jossa suurimmat jännitykset esiintyvät, tehollisen von Mises -jännityksen arvot tulistimen käyttöajan funktiona on esitetty kuvassa 7.3. Kuvan mukaisesti rasitetuimmassa hitsisaumassa esiintyvät suurimmat 263 MPa:n suuruiset jännitykset relaksoituvat hyvin nopeasti jo ensimmäisen tulistimen 2000 tunnin käyttöjakson aikana vain noin 170 MPa:n suuruisiksi. Kuvasta havaitaan myös tulistimen suurimpien jännitysten relaksoituvan vain noin 151 MPa:n suuruisiksi jo tulistimen toisen 2000 tunnin käyttöjakson jälkeen, jonka jälkeen tulistimen rasitetuimman hitsin reunaviivalle esitettyyn maksimijännitysten esiintymiskohtaan muodostuu käyttötilannetta suuremmat jännitykset kattilan ollessa alasajettuna. Kattilan käyttöjaksojen edelleen lisääntyessä tulistimen rasitetuimmassa hitsissä esiintyvät käyttötilanteen jännitykset jatkavat relaksoitumistaan saavuttaen 200 000 tunnin käyttöiän jälkeen tehollisen von Mises -jännityksen arvon 95 MPa. Käyttöjaksojen määrän lisääntyessä samassa hitsin kohdassa esiintyvä jännitys kattilan ollessa alasajettuna kasvaa kuitenkin jatkuvasti ollen 200 000 tunnin käyttöiän lopussa jopa 225 MPa. Aisaputken hitsissä esiintyvä suurin jännitys kattilan ollessa alasajettuna käyttöiän lopussa on kuitenkin selkeästi matalampi kuin teräksen SA-213 T24 20 °C:ssa esiintyvä myötöjännitys 450 MPa (Arndt et al. 2000, s. 27). Näin ollen tulistinkammion rasitetuin aisaputki tai sen liitoshitsi ei kuitenkaan myödä kattilaa alas ajettaessa ja kattilan alasajot eivät täten kehitetyn materiaalimallin tuottamien tulosten mukaan vaurioita rakennetta, sillä virumista ei kattilan ollessa alasajettuna 20 °C:een lämpötilassa käytännössä esiinny.

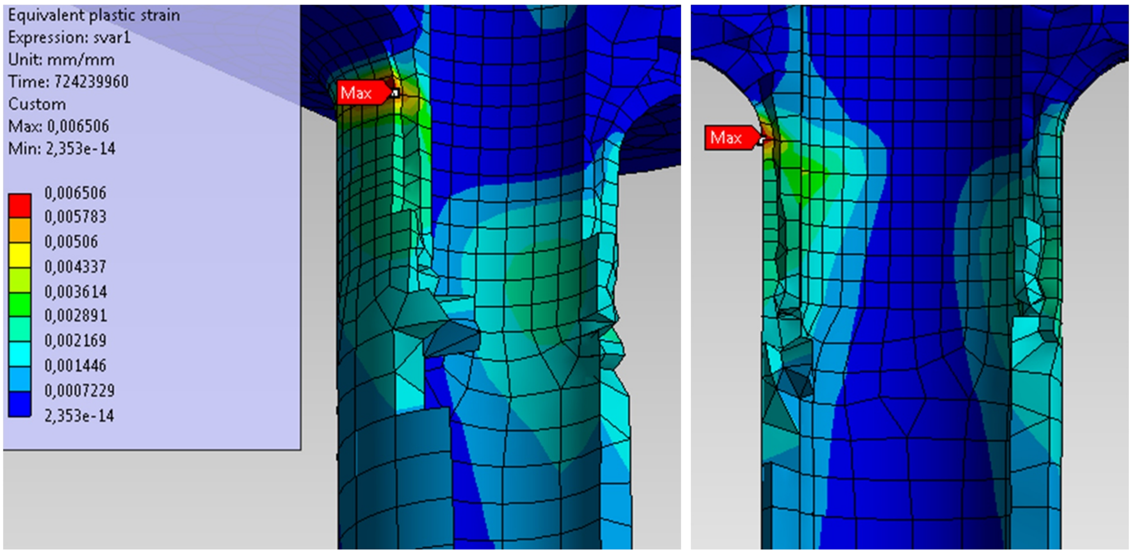


Kuva 7.3. *Tehollinen von Mises -jännitys ajan funktiona materiaalimallin versiolla 1 rasitetuimmassa hitsisaumassa alkuperäisellä tulistingeometrialla.*

Tulistinkammion kriittisimmissä kohdissa käytetyssä Usermat-materiaalimallin versiossa 1 esiintyvä ekvivalentti plastinen venymä tulistinkammion alkuperäisen geometrian tapauksessa 200 000 tunnin käyttöiän jälkeen on esitetty kuvissa 7.4 ja 7.5. Kuvien mukaisesti ekvivalentin plastisen venymän maksimiarvo 6,5 ‰ esiintyy tulistinkammion aisaputken pienahitsin rajaviivalla likimain samassa kohdassa kuin kuvassa 7.2 esitetyn tehollisen von Mises -jännityksen maksimiarvo. Kuvasta 7.5 myös havaitaan plastisen venymän suurimman arvon esiintyvän aisaputken hitsin rajaviivalla hitsin pinnalla ja plastinen venymä vähenee hyvin nopeasti hitsin pinnalta putken sisäpintaa kohti siirryttäessä. Kuvan 7.4 mukaisesti ekvivalentin plastisen venymän arvo vähenee kokonaisuudessaan hyvin nopeasti maksimiarvon luota etäämmälle siirryttäessä ja syntynyt plastinen venymä kammioputkessa tai Usermat-materiaalimallilla mallinnettujen taivutettujen aisaputkien alaosissa on varsin vähäistä, joten syntynyt virumismuodonmuutos on hyvin paikallista.

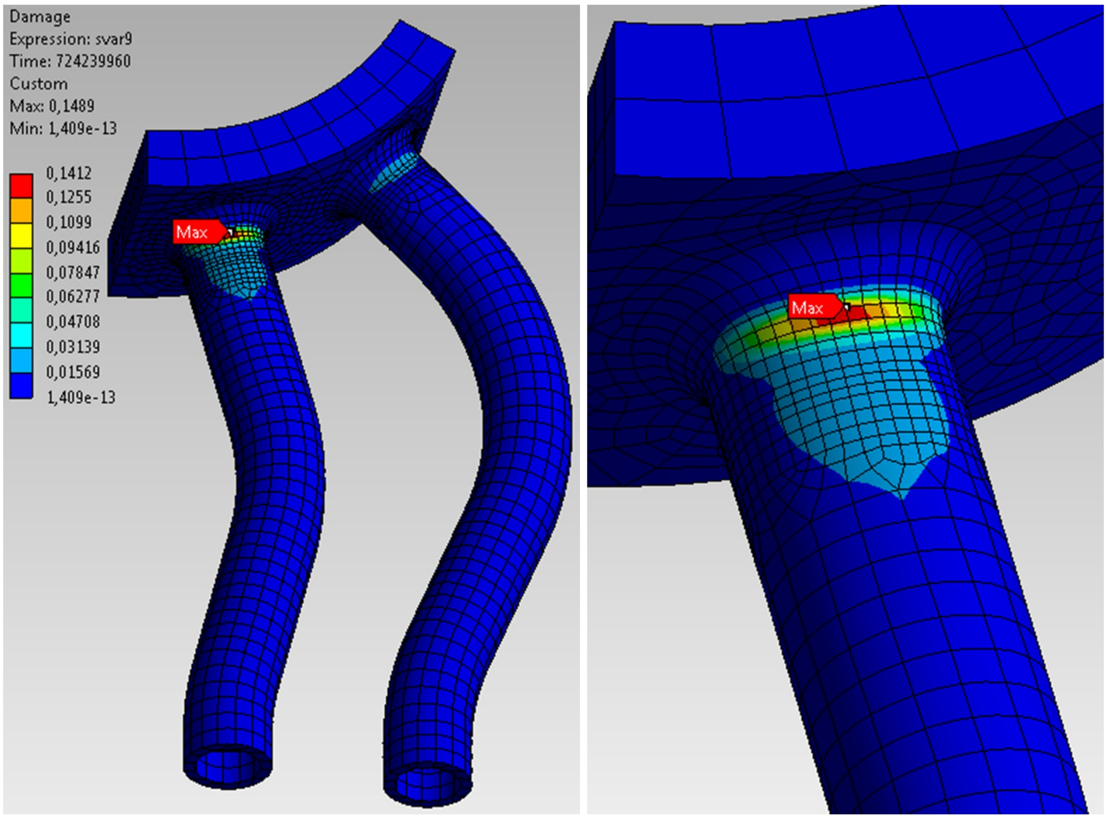


Kuva 7.4. *Tulistinkammion Usermat-materiaalimallin versiolla 1 mallinnettujen osien ekvivalentin plastisen venymän arvot käyttöiän lopussa alkuperäisen tulistingeometrian tapauksessa.*

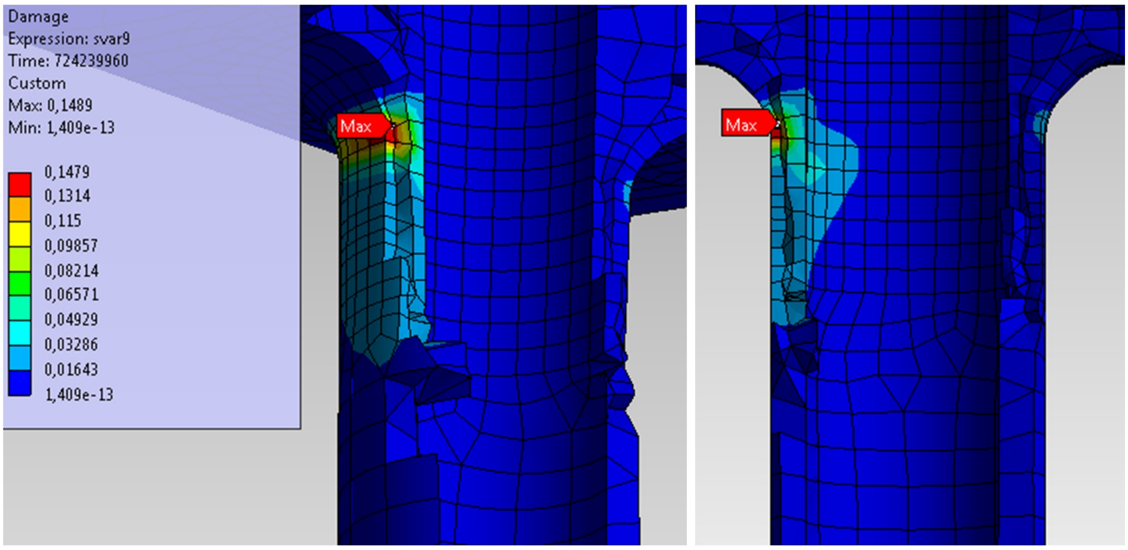


Kuva 7.5. *Leikkauskuvanto Usermat-materiaalimallin versiolla 1 mallinnettujen osien ekvivalentin plastisen venymän arvoista käyttöiän lopussa alkuperäisen tulistingeometrian tapauksessa.*

Tulistinkammion kriittisimmissä kohdissa esiintyvä vaurio tulistimen käyttöiän lopussa on esitetty kuvissa 7.6 ja 7.7. Kuvien mukaisesti vaurion maksimiarvo 0,15 esiintyy likimain samassa kohdassa kuin tehollisen von Mises -jännityksen ja ekvivalentin plastisen venymän maksimiarvot, mikä on luonnollista vaurion ja ekvivalentin plastisen venymän arvojen ollessa riippuvaisia tehollisen jännityksen arvosta. Vaurion maksimiarvo esiintyy kuitenkin kuvan 7.7 mukaisesti putken seinämän sisällä eikä aivan sen pinnassa kuten ekvivalentin plastisen venymän ja tehollisen von Mises -jännityksen maksimiarvot. Kuvien mukaisesti vaurion suurimmat arvot esiintyvät myös hyvin pienellä alueella aisaputken hitsin rajaviivan lähistöllä ja vaurion arvo pienenee voimakkaasti vaurioituneimmasta kohdasta etäämmälle siirryttäessä kuvan 7.6 mukaisesti. Vaurion arvo laskee myös voimakkaasti vaurioituneimmasta kohdasta aisaputken seinämän sisäpintaa kohti siirryttäessä siten, että vaurio putken sisäpinnalla on vaurion maksimiarvon läheisyydessä vain noin 0,05. Kuvan 7.6 tuloksista myös havaitaan materiaalin vaurioitumisen kammioputkessa ja taivutettujen aisaputkien alaosissa olevan hyvin vähäistä.

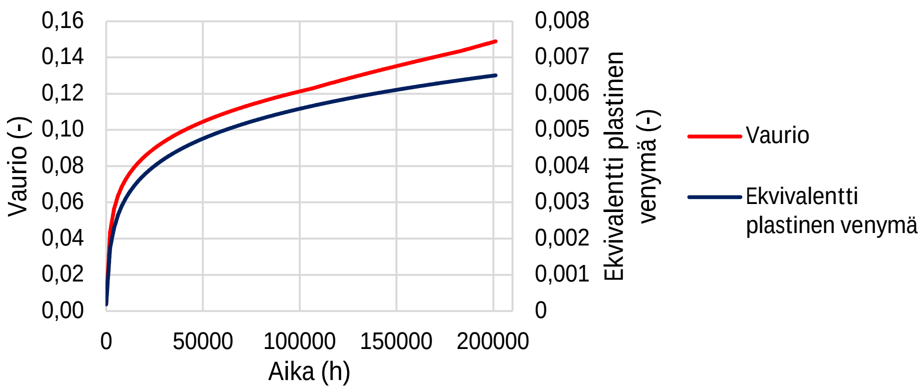


Kuva 7.6. *Tulistinkammion Usermat-materiaalimallin versiolla 1 mallinnettujen osien vaurion arvot käyttöiän lopussa alkuperäisen tulistingeometrian tapauksessa.*



Kuva 7.7. *Leikkauskuvanto Usermat-materiaalimallin versiolla 1 mallinnettujen osien vaurion arvoista käyttöiän lopussa alkuperäisen tulistingeometrian tapauksessa.*

Alkuperäisellä tulistinkammiogeometrialla materiaalimallin versiolla 1 lasketut vaurion ja ekvivalentin plastisen venymän maksimiarvot analyysiajan funktiona on esitetty kuvassa 7.8. Kuvan mukaisesti ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion arvot kasvavat hyvin voimakkaasti tulistimen käyttöiän alussa, jolloin kammion suurimmat jännitykset relaksoituvat. Sekä vaurion että ekvivalentin plastisen venymän kasvunopeudet laskevat kuitenkin hyvin voimakkaasti virumisjännitysten relaksoituessa käyttöajan lisääntyessä ja kummankin suureen kasvunopeus pysyy likimain vakiona noin 50 000 tunnista alkaen. Ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion arvoissa ei näy kuvassa 7.8 erityistä tertiäärivaiheen virumista, sillä tulistimen käyttöiän aikana viruminen ja relaksaatio pysyvät hallitun sekundäärivaiheen virumisen alueella, jolla vaurion kasvu on hallittua.

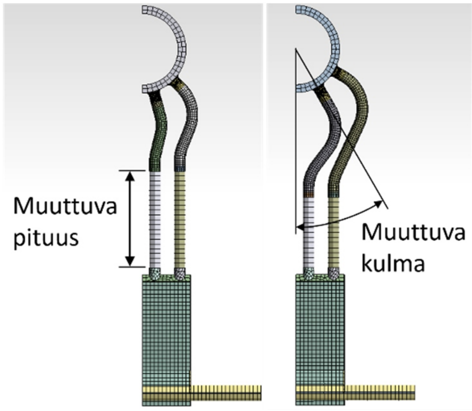


Kuva 7.8. *Vaurion ja ekvivalentin plastisen venymän maksimiarvot ajan funktiona materiaalimallin versiolla 1 alkuperäisen tulistingeometrian tapauksessa.*

Esitetyistä alkuperäisellä tulistinkammiogeometrialla materiaalimallin versiolla 1 lasketuista vaurion arvoista tulistinkammion käyttöiän lopussa voidaan päätellä tulistinkammion geometrian olevan soveltuva suunnitellulle käyttöiälle, sillä vaurio käyttöiän lopussa on vain 0,15, eikä vaurion kuvaajassa ajan funktiona esiinny hallitsematonta tertiäärivaiheen virumista. Vaurion arvoksi käyttöiän lopussa voidaan käytännön rakenteissa sallia maksimissaan vain noin 0,2–0,3, sillä virumiskokeissa tertiäärivaiheen hallitsematon viruminen alkaa yleensä jo vaurion arvolla 0,2. Lisäksi paineastialle asetettavat turvallisuusvaatimukset huomioiden arvoa 0,3 suurempia vaurioita käyttöiän lopussa ei ole järkevää sallia, sillä jo tällä vauriolla 30 % materiaalin kuormaakantavasta poikkipinta-alasta on vaurioitunut säröjen tai onkaloiden vaikutuksesta. Voimakkaasti vaurioitunut putken poikkileikkaus voi aiheuttaa kattilassa putkivuotoja, jotka ovat sekä turvallisuusriski että voimalaitoksen luotettavuutta ja käytettävyyttä alentava tekijä. Esitetyistä tuloksista myös havaitaan tulistimen vaurioitumisen aiheutuvan käytännössä pelkästään virumisesta ja relaksaatiosta eikä juurikaan väsymisestä, sillä tulistimen väsyttävien kuormitussyklien lukumäärä sen käyttöiän aikana on vähäinen eivätkä väsyttävät syklit aiheuta tulistinkammiossa merkittävää plastista muodonmuutosta, mikä johtaa tulistimen pitkään väsymiskestoikään. Saatuja tulistinkammion virumisväsymisanalyysin tuloksia tulkittaessa on kuitenkin huomioitava kehitetyn materiaalimallin formulointitapa, joka huomioi vain perusmateriaalin virumisen ja väsymisen eikä hitsausliitoksen perusainetta heikompaa väsymis- ja virumiskestävyyttä, mikä johtanee epäkonservatiivisiin vaurion arvoihin hitsausliitoksissa.

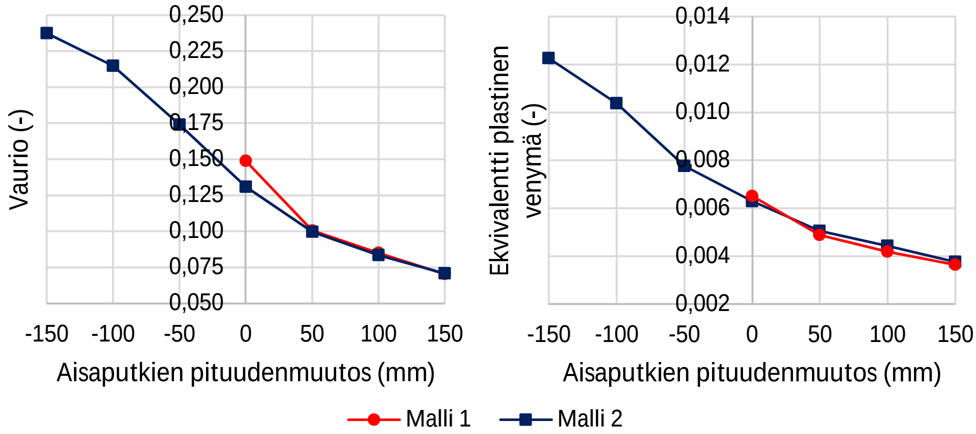
7.2 Tulokset eri tulistinkammiogeometrioilla materiaalimallin versioilla 1 ja 2

Kehitetyn materiaalimallin versioilla 1 ja 2 on analysoitu esimerkinomaisesti tutkittavan tulistinkammion geometrian muutosten vaikutusta tulistinkammion suurimpaan ekvivalenttiin plastiseen venymään ja vaurioitumisasteiseen tulistimen käyttöiän lopussa. Saatujen tulosten perusteella sekä tehdään johtopäätöksiä tulistinkammion geometrian muutosten vaikutuksista tulistimen vaurioitumisasteeseen ja suurimpiin ekvivalentteihin plastisiin venymiin sen käyttöiän lopussa että vertaillaan materiaalimallin versioilla saatavia tuloksia keskenään. Tehdyissä analyyseissa tutkitaan kuvan 7.9 mukaisesti tulistinkammion suoran palkkielementeillä mallinnetun aisaputkiosuuden pituudenmuutoksen ja tulistinkammion kahden keskimmäisen aisaputken välisen kulman muutoksen vaikutusta tulistinkammiossa käyttöiän lopussa esiintyvään suurimpaan ekvivalenttiin plastiseen venymään ja vaurioitumisasteeseen. Tulistinkammion aisaputkien suorien osuuksien pituutta muutettaessa tulistinkammion geometria pysyy muilta osin muuttumattomana. Kammion kahden keskimmäisen aisaputken välistä kulmaa muutettaessa kammion Usermat-materiaalimallilla mallinnettujen aisaputkien pituus kuitenkin muuttuu, sillä kahden keskimmäisen aisaputken välistä kulmaa muutettaessa aisaputkien taivutussäteet ja taivutusten välisten suorien osuuksien pituudet on haluttu pitää muuttumattomina. Analyyseissa, joissa tulistinkammion kahden keskimmäisen aisaputken välinen kulma muuttuu, pysyy kuitenkin kammion kahden reunimmaisen samalla puolella kammiota olevan aisaputken välinen kulma vakiona.



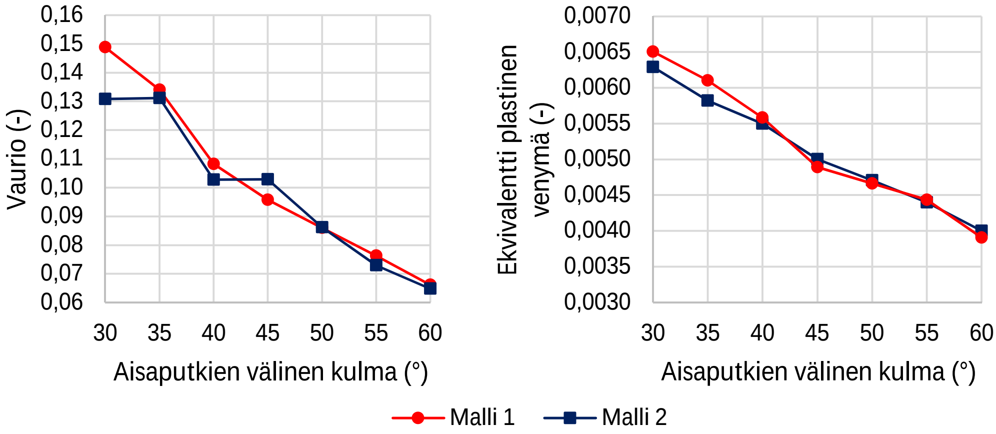
Kuva 7.9. *Analyyseissa muuttuva tulistinkammion aisaputken pituus ja kahden keskimmäisen aisaputken välinen kulma.*

Tulokset tulistinkammion lujuusanalyyseista, joissa on analysoitu kammion aisaputkien pituudenmuutoksen vaikutusta vaurion maksimiarvoon ja suurimpaan ekvivalenttiin plastiseen venymään 200 000 tunnin käyttöiän lopussa, on esitetty kuvassa 7.10. Kuvan mukaisesti aisaputken suoran osuuden pituuden 50 mm:n muutos vaikuttaa hyvin merkittävästi käyttöiän lopussa esiintyvään vaurion maksimiarvoon ja suurimpaan ekvivalenttiin plastiseen venymään; suoran osuuden pituuden 50 mm:n lisäys voi tulosten mukaan vähentää käyttöiän lopussa esiintyvän vaurion maksimiarvoa jopa 9–32 % materiaalimallin versiosta ja tarkasteltavasta alkupituudesta riippuen. Aisaputken suoran osuuden 50 mm:n pituudenlisäys vähentää vastaavasti käyttöiän lopussa esiintyvän ekvivalentin plastisen venymän arvoa jopa 25 %, joten pituudenmuutoksen ja sitä kautta syntyvän rakenteen jäykkyyden muutoksen vaikutus tuloksiin on hyvin huomattava. Kuvan 7.10 tuloksista myös havaitaan kummankin materiaalimallin version tuottamien tulosten olevan hyvin lähelle samoja, kun aisaputkien pituuksia on kasvatettu 50, 100 tai 150 mm. Tulistinkammion alkuperäisillä aisaputkien pituuksilla materiaalimallin versio 1 tuottaa kuitenkin noin 14 % versiota 2 suuremman vaurion maksimiarvon, vaikka mallin version 1 tuottama suurin ekvivalentti plastinen venymä on vain 3 % mallin version 2 tuottamaa venymää suurempi. Lisäksi materiaalimallin versio 1 ei konvergoinut millään kokeillulla aika-askelpituudella alkuperäistä tulistinkammiota lyhyemmällä aisaputkipituudella, sillä erityisesti suurilla jännityksillä materiaalimallin versio 1 tuotti selkeästi versiota 2 suurempia vaurion arvoja, mikä johti ratkaisun hajaantumiseen mallin version 1 tapauksessa aisaputkien lyhennetyillä suorien osuuksien pituuksilla.



Kuva 7.10. *Vaurio ja ekvivalentti plastinen venymä tulistinkammion aisaputkien pituudenmuutoksen funktiona materiaalimallin versioilla 1 ja 2 tulistimen 200 000 tunnin käyttöiän lopussa.*

Tulokset lujuusanalyyseista, joissa on analysoitu tulistinkammion kahden keskimmäisen aisaputken välisen kulman muutoksen vaikutusta vaurion maksimiarvoon ja suurimpaan ekvivalenttiin plastiseen venymään 200 000 tunnin käyttöiän lopussa, on esitetty kuvassa 7.11. Käyttöiän lopussa esiintyvä suurin vaurion arvo sekä ekvivalentin plastisen venymän maksimiarvo esiintyvät myös näissä analyyseissa samassa tulistinkammion ja sen lähempänä symmetriatasoa olevan aisaputken liitoshitsissä luvussa 7.1 esitettyjen tulosten mukaisesti. Kuvan 7.11 tulosten mukaisesti kammion kahden keskimmäisen aisaputken välisen kulman, joka on kaksinkertainen kuvassa 7.9 mitoitettuun kulmaan verrattuna, kasvattaminen vähentää hyvin merkittävästi käyttöiän lopussa ilmenevän vaurion maksimiarvoa ja suurinta ekvivalenttia plastista venymää. Aisaputkien välisen kulman kasvattaminen kasvattaa aisaputkien kokonaispituutta, mikä lisää putkien joustavuutta ja vähentää siten niissä esiintyviä taivutusjännityksiä ja niistä aiheutuvaa vaurioita ja virumisvenymää. Lisäksi kulman suurentaminen muuttaa tulipesän katon ja tulistinkammion välisestä lämpöliike-erosta aiheutuvaa kuormitusta aisaputkien taivutuskuormituksesta vääntökuormitukseksi aisaputkien ja kammion liitoskohdassa, mikä myös vähentää paikallisia jännityskeskittymiä aisaputkien ja kammion liitoskohdassa ja vähentää siten kammion vaurioitumista ja siihen käyttöiän aikana syntyvää virumisvenymää.



Kuva 7.11. *Vaurio ja ekvivalentti plastinen venymä tulistinkammion keskimmäisten aisaputkien välisen kulman funktiona materiaalimallin versioilla 1 ja 2 tulistimen 200 000 tunnin käyttöiän lopussa.*

Kuvan 7.11 tuloksista havaitaan aisaputkien välisen kulman 5 asteen lisäyksen vähentävän käyttöiän lopussa esiintyvää suurinta vaurion arvoa parhaimmillaan jopa 22 % ja ekvivalentin plastisen venymän arvoa jopa 12 %, joten keskimmäisten aisaputkien välisen kulman muutoksella on hyvin huomattava vaikutus käyttöiän lopussa esiintyviin suurimpiin ekvivalentteihin plastisiin venymiin ja vaurion arvoihin. Kuvan tuloksissa keskimmäisten aisaputkien välisen kulman kasvattaminen ei pienennä vaurion maksimiarvoa materiaalimallin versiolla 2 kulman kasvaessa 30:stä 35 asteeseen ja 40:stä 45 asteeseen, mikä johtuu tässä tapauksessa siitä, että tulistinkammiogeometrian hieman kulmanmuutoksen vuoksi muuttuessa vaurion maksimiarvo muuttaa hieman esiintymiskohtaansa elementtiverkossa, mikä käytetyn jokseenkin harvan elementtiverkon tapauksessa vaikuttaa saatuihin tuloksiin. Kokonaisuudessaan materiaalimallin versiot 1 ja 2 tuottavat kumpikin melko tarkasti samansuuruisia vaurion maksimiarvoja ja ekvivalentin plastisen venymän maksimiarvoja lähes kaikilla tarkastelluilla kulmilla. 30 asteen keskimmäisten aisaputkien välisellä kulmalla eli alkuperäisen tulistinkammion mukaisella geometrialla materiaalimallin versio 1 tuottaa selkeästi versiota 2 suuremman vaurion arvon, vaikka molempien mallin versioiden tuottamat ekvivalentin plastisen venymän arvot ovat likimain yhtäsuuret. Ero vaurion maksimiarvossa johtuu edellä esitetysti mallin version 1 ominaisuudesta tuottaa tehdyissä tulistinkammioanalyyseissa mallin versiota 2 suurempia vaurion arvoja tilanteissa, joissa jännitystaso on suuri.

Esitetyistä eri aisaputkien suorien osuuksien pituuksilla ja keskimmäisten aisaputkien välisillä kulmilla saaduista tuloksista havaitaan aisaputkien jäykkyyden hyvin pienilläkin muutoksilla olevan merkittävä vaikutus tulistimen vaurioitumisasteeseen ja siinä käyttöiän lopussa ilmenevään suurimpaan ekvivalenttiin plastiseen venymään. Kun alkuperäisessä tulistinrakenteessa tulistinkammioputken akselin ja tulipesän katon välinen etäisyys on 1400 mm, saadaan noin 11 %:ia tästä etäisyydestä vastaavalla aisaputkien suorien osuuksien 150 mm:n pituudenmuutoksella joko lisättyä kammion käyttöiän lopussa esiintyvää vaurioitumisastetta noin 0,11:llä pituutta lyhennettäessä tai vähennettyä sitä noin 0,08:llä pituutta kasvatettaessa, joten aisaputkien pituudella on hyvin huomattava vaikutus tulistimen kestoikään ja vaurioitumisasteeseen. Toisaalta vastaavasti myös tulistimen keskimmäisten rasitetuimpien aisaputkien välisen kulman muuttamisella voidaan joko huomattavasti edesauttaa tai vähentää tulistimen vaurioitumista käyttöiän aikana, sillä esimerkiksi keskimmäisten aisaputkien välisen kulman suurentaminen 15 asteella vähentää käyttöiän lopussa esiintyvää vaurion arvoa jopa 0,05:llä. Kokonaisuudessaan aisaputkien jäykkyyden vähäisten muutosten huomattava vaikutus tulistimen kestoikään oli arvattavissa, sillä vallitseva jännitystaso vaikuttaa hyvin merkittävästi sekä virumis- ja relaksaationopeuteen että virumisessa ja relaksaatiossa syntyvään vaurioon. Tuloksista on kuitenkin edelleen huomattava, että ne edustavat vain perusaineen virumisominaisuuksilla saatavia tuloksia eivätkä ne huomioi hitsausliitoksen perusainetta heikompaa virumis- ja väsymiskestävyyttä.

8 JOHTOPÄÄTÖKSET

Diplomityön ja siihen liittyneen tutkimusprojektin tuloksena on saatu kehitettyä viskoplastinen termodynamiikan ensimmäisestä ja toisesta pääsäännöstä johdettu Nortonin virumismalliin ja Kachanov-Rabotnov-vauriomalliin perustuva materiaalimalli korkean lämpötilan virumis- ja väsymismuodonmuutoksen sekä virumisesta ja väsymisestä aiheutuvan materiaalin vaurioitumisen analysointiin. Materiaalimallista on kehitetty kaksi eri versiota, joista ensimmäisessä ei ole ehdottomasti vaadittu Monkman-Grant-hypoteesin toteutumista, mutta jälkimmäisessä sen toteutuminen on sisäänrakennettu materiaalimalliin. Materiaalimallin versioiden parametrit on määritetty tarkasteltaville kuumalujille painelaiteteräksille SA-213 T24 ja SA-335 P91 materiaalivalmistajien ilmoittamien virumiskokeiden tulosten perusteella. Kehitetty materiaalimalli on lisäksi implementoitu Ansys-elementtimenetelmäohjelmistoon käyttäjän ohjelmoimana User-mat-materiaalimallina ja materiaalimallia voidaan käyttää kontinuumielementeissä. Materiaalimallilla saatavat oleellisimmat tulokset ovat jännityssuureiden lisäksi materiaalin ekvivalentin plastisen venymän sekä vaurion arvot, joiden perusteella korkeissa lämpötiloissa virumisväsymisessä syntyvää venymää ja materiaalin vaurioitumista voidaan arvioida.

Kehitetty viskoplastinen materiaalimalli on verifioitu diplomityössä tutkimalla materiaalimallin erityyppisillä virumis- ja väsymiskuormituksilla, eri kuormitusnopeuksilla ja eri jännitystiloissa tuottamia tuloksia. Materiaalimalli on kalibroitu materiaalivalmistajien lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C eri virumisjännityksillä ilmoittamien vähimmäisvirumisnopeuksien ja virumismurtoaikojen perusteella, ja materiaalimallin versiot on saatu tuottamaan mallin yksinkertaisuus huomioiden kohtalaisen tarkasti materiaalivalmistajien esittämien virumiskokeiden tulosten mukaisia tuloksia yksiakselisissa virumiskokeissa. Materiaalimallin versioiden yksiakselisissa virumiskokeissa tuottama virhe valmistajien ilmoittamiin arvoihin verrattuna aiheutuu käytännössä materiaalimallin tavasta esittää virumisjännitys kaksoislogaritmisella asteikolla suoraan verrannollisena virumismurtoaikaan ja vähimmäisvirumisnopeuteen kun taas käytännön virumiskokeiden tulosten mukaan virumisjännitys riippuu epälineaarisesti näistä suureista.

Kehitetyn materiaalimallin verifioinnissa on havaittu sen tuottamien tulosten olevan mallin viskoplastisuudelle ominaiseen tapaan riippuvaisia kuormitusnopeudesta, mutta mallin voidaan todeta tuottavan todenmukaisia tuloksia rakenneosan todellisella kuormitusnopeudella ja tulosten konservatiivisuus kasvaa kuormitusnopeutta yliarvioitaessa ja vähenee sitä aliarvioitaessa. Kehitetty materiaalimalli huomioi myös kirjallisuudessa esitettyjen mallien mukaisesti moniakselisen jännitystilan vaikutuksen materiaalin murtumissitkeyteen, mikä on käytännön analyyseissa tärkeää. Materiaalimallilla analysoidun korkean lämpötilan vaihtuva-amplitudisen väsyttävän kuormituksen kuormitusjärjestyksellä ei ole havaittu olevan merkittävää vaikutusta mallilla saataviin tuloksiin, mutta jännitystasoltaan vaihtelevassa virumiskuormituksessa kuormitusjärjestyksellä on havaittu olevan pienehkö vaikutus analyysin tuloksiin kuormitushistorian lopussa. Näin ollen erityisesti jännitystasoltaan vaihtelevassa virumiskuormituksessa kuormitussyklien analysointi niiden todellisessa esiintymisjärjestyksessä parantaa saatavien tulosten tarkkuutta. Materiaalimallin ratkaisemiseen käytetyn implisiittisen ratkaisualgoritmin vuoksi mallilla saatavat tulokset ovat myös riippuvaisia käytetystä ratkaisun aika-askelpituudesta. Materiaalimallin tapauksessa aika-askeleen suurentaminen lisää mallilla saatavien tulosten konservatiivisuutta ja vastaavasti aika-askelta pienentämällä mallilla saatavat tulokset lähestyvät analyyttista tarkkaa ratkaisua.

Materiaalimallin virumisväsymiskuormituksessa lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C tuottamia tuloksia on verrattu kirjallisuudessa yleisesti virumisväsymisen analysointiin käytetyn verrattain yksinkertaisen Tairan virumisväsymisvaurion laskentasäännön tuottamiin tuloksiin ja materiaalimallin on todettu tuottavan melko tarkasti Tairan säännön mukaisia virumisväsymiskestoikiä erityisesti kuormaohjatuissa virumisväsymisanalyyseissa. Siirtymäohjatuissa analyyseissa Tairan sääntö johtaa huomattavasti kehitettyä materiaalimallia konservatiivisempiin virumisväsymiskestoikiin erityisesti kuormitustilanteissa, joissa venymäamplitudi on pienehkö tai keskisuuri. Tairan säännön siirtymäohjatuissa analyyseissa tuottamia kehitettyä materiaalimallia konservatiivisempia tuloksia voidaan kuitenkin pitää seurauksena Tairan säännön yksinkertaisuudesta eikä niinkään merkkinä kehitetyn materiaalimallin epäluotettavuudesta. Materiaalimallin versioita eri lämpötiloissa ja eri kuormituksilla tehdyissä virumisväsymisanalyyseissa verrattaessa on havaittu materiaalimallin Monkman-Grant-hypoteesin sisältävän version 2 tuottavan selkeästi mallin versiota 1 lyhyempiä virumisväsymiskestoikiä erityisesti siirtymäohjatuissa virumisväsymisanalyyseissa suurehkoilla venymäamplitudeilla lämpötiloissa 500 ja 550 °C, mikä aiheutuu versiossa 2 toteutumaan vaaditun Monkman-Grant-hypoteesin tuloksiin aiheuttamasta vaikutuksesta 600 °C:tta alhaisemmissa lämpötiloissa. Suurilla virumisväsymiskuormituksen venymäamplitudeilla ja 600 °C:tta alhaisemmissa lämpötiloissa materiaalimallin versiota 1 voidaankin pitää versiota 2 tarkempana, koska versiossa 1 Monkman-Grant-hypoteesin toteutumista ei ole ehdottomasti vaadittu.

Kehitetyllä materiaalimallilla on myös tutkittu esimerkkitulistimen virumisväsymiskestävyyttä ja erityisesti tulistimen geometrian muutosten vaikutusta siihen käyttöiän aikana syntyviin plastisiin venymiin ja vaurioon. Tulistinkammion aisaputkien suorien osuuksien pituuden muutoksella on havaittu olevan hyvin merkittävä vaikutus tulistinkammiossa käyttöiän lopussa esiintyviin ekvivalentteihin plastisiin venymiin ja vaurioon, sillä vain alle 4:ää % tulistinkammioputken akselin ja tulipesän katon välisestä etäisyydestä vastaava 50 mm:n muutos aisaputkien suorien osuuksien pituudessa voi lisätä tai vähentää tulistinkammion kriittisimmässä kohdassa esiintyvän ekvivalentin plastisen venymän ja vaurion arvoa yli 20 %. Lisäksi tulistinkammion keskimmäisten aisaputkien välisellä kulmalla on havaittu olevan hyvin oleellinen vaikutus tulistinkammiossa käyttöiän lopussa esiintyvään suurimpaan ekvivalenttiin plastiseen venymään ja vaurioon, sillä keskimmäisten aisaputkien välisen kulman suurentaminen 5 asteella voi vähentää käyttöiän lopussa esiintyvää suurinta vauriota jopa 22 % ja suurinta ekvivalenttia plastista venymää jopa 12 %. Tulosten perusteella siis vähäinenkin tulistinkammiorakenteen joustavuuden lisäys vähentää oleellisesti rakenteessa käyttöiän lopussa esiintyviä suurimpia ekvivalentteja plastisia venymiä ja vauriota. Kokonaisuudessaan analysoitua tulistinrakennetta voidaan pitää alkuperäisen geometrian tapauksessa mitoitukseltaan käyttötarkoitukseen soveltuvana, sillä vaurio tulistimen rasitetuimman hitsisauman reunaviivalla on alkuperäisessä tulistinrakenteessa vain 0,15 tulistimen 200 000 tunnin käyttöiän lopussa, mitä voidaan pitää hyväksyttävänä vaurion arvona. Tulosta tulkittaessa on kuitenkin huomioitava, että kehitetty materiaalimalli ei huomioi hitsausliitoksen perusainetta heikompaa virumisväsymiskestävyyttä, mikä käytännössä johtaa epäkonservatiivisiin tuloksiin materiaalimallilla hitsausliitoksia analysoitaessa.

Kokonaisuudessaan diplomityötä ja siihen liittynyttä tutkimusprojektia voidaan pitää onnistuneena, sillä niiden tuloksena on saatu kehitettyä ja verifioitua tavoitteiden mukainen materiaalimalli virumisväsymisen analysointiin ja kehitetty malli on implementoitu Ansys-elementtimenetelmäohjelmistoon tavoitteiden mukaisesti. Mallin verifioinnin perusteella voidaan myös todeta materiaalimallin tuottamien tulosten olevan luotettavia ja ennen kaikkea materiaalimallilla on mahdollista saada huomattavasti tarkempaa tietoa tulistinkammion tapaisten virumisväsymiselle altistuvien rakenneosien kestoiästä kuin kirjallisuudessa esitetyillä yksinkertaisilla laskentamenetelmillä. Käytännössä kehitettyä materiaalimallia voidaan siis pitää erittäin hyvin tarkasteltavan tulistinkammiorakenteen virumisväsymisen analysointiin soveltuvana.

Kehitetyn materiaalin perusaineen virumisominaisuudet huomioivan materiaalimallin jatkokehityshankkeena sitä olisi järkevää kehittää niin, että sen avulla voisi analysoida myös hitsausliitoksen perusainetta heikompaa virumisväsymiskestävyyttä. Tämän voisi käytännössä toteuttaa joko määrittämällä hitsausliitoksessa käytettävän materiaalimallin parametrit hitsausliitoksen virumiskokeiden tulosten perusteella tai tarkentamalla materiaalimallia kuvaamaan jopa hitsin mikrorakennetason ilmiöitä. Lisäksi kehitettyä materiaalimallia voisi tarkentaa formuloimalla materiaalimalli huomioimaan puristus- ja vetojännitystilan toisistaan poikkeavasti, sillä kehitetyn materiaalimallin tapa mallintaa viruminen veto- ja puristusjännitystilassa identtisesti johtaa melko konservatiivisiin ekvivalentteihin plastisiin venymiin ja vaurion arvoihin puristusjännitystiloissa. Materiaalimallin käytännön laskentanopeuden maksimoimiseksi mallin ohjelmakoodia voisi myös optimoida, sillä materiaalimallin nykyinen ohjelmakoodi vaatii melko runsaasti laskentakapasiteettia ja edellyttää siten suhteellisen vähäistä vapausastemäärää analysoitavassa FEM-mallissa.

LÄHTEET

Julkaistut lähteet

Altenbach, H., Naumenko, K. (2007). Modeling of Creep for Structural Analysis. Berlin, Germany, Springer-Verlag. 220 p.

Ansys, Inc. (2015). ANSYS Mechanical APDL Theory Reference. Canonsburg, Pennsylvania, USA, Ansys, Inc. 876 p.

Arndt, J., Haarmann, K., Kottmann, G., Vaillant, J., Bendick, W., Kubla, G., Arbab, A., Deshayes, F. (2000). The T23/T24 Book. 2nd edition. Boulogne, France, Vallourec & Mannesmann Tubes. 50 p.

Ashby, M., Shercliff, H., Cebon, D. (2010). Materials: Engineering, Science, Processing and Design. 2nd edition. North American edition. Oxford, United Kingdom, Elsevier Ltd. 558 p.

ASME Boiler and Pressure Vessel Code. (2013). Section II: Materials, Part D. 2013 edition. New York, New York, USA, The American Society of Mechanical Engineers. 980 p.

Bertini, L., Manfredi, E. (1995). Study of Damage Approaches for Life Assessment in the Creep-Fatigue Range. Nuclear Science and Technology Series, Report EUR 15761. Brussels, Belgium, European Commission. 58 p.

Binda, L., Holdsworth, S. R., Mazza, E. (2010). The Exhaustion of Creep Ductility in 1CrMoV Steel. International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 87, No. 6. pp. 319–325.

Callister, W. D., Rethwisch, D. G. (2011). Materials Science and Engineering. 8th edition. Hoboken, New Jersey, USA, John Wiley & Sons, Inc. 885 p.

Cocks, A. C. F., Ashby, M. F. (1980). Intergranular Fracture during Power-Law Creep under Multiaxial Stresses. Metal Science, Vol. 14, No. 8–9. pp. 395–402.

François, D., Pineau, A., Zaoui, A. (2013). Mechanical Behaviour of Materials. Volume II: Fracture Mechanics and Damage. Dordrecht, the Netherlands, Springer Science+Business Media. 662 p.

Haarmann, K., Vaillant, J. C., Vandenberghe, B., Bendick, W., Arbab. A. (2002). The T91/P91 Book. 2nd edition. Boulogne, France, Vallourec & Mannesmann Tubes. 62 p.

Hales, R. (1987). The Construction of Creep-Fatigue Design Curves Based on a Strain-Fraction Approach. In: Rie, K.-T. (ed.). Low Cycle Fatigue and Elasto-Plastic Behaviour of Materials. London, England, Elsevier Applied Science Publishers Ltd. pp. 258–264.

Irgens, F. (2008). Continuum Mechanics. Berlin, Germany, Springer-Verlag. 661 p.

Kassner, M. E. (2009). Fundamentals of Creep in Metals and Alloys. 2nd edition. Oxford, United Kingdom, Elsevier Ltd. 295 p.

Kastl, H. (1996). Significance of Strain Limits for Elevated Temperature Design. Nuclear Science and Technology Series, Report EUR 16812. Luxembourg, European Commission. 227 p.

Khonsari, M. M., Amiri, M. (2013). Introduction to Thermodynamics of Mechanical Fatigue. Boca Raton, Florida, USA, CRC Press. 166 p.

Kitto, J. B., Stultz, S. C. (2005). Steam: Its Generation and Use. 41st edition. Barberton, Ohio, USA, The Babcock & Wilcox Company. 1106 p.

Lemaitre, J. (1996). A Course on Damage Mechanics. 2nd edition. Berlin, Germany, Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH. 228 p.

Lemaitre, J., Desmorat, R. (2005). Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures. Berlin, Germany, Springer-Verlag. 380 p.

Manjoine, M. J. (1982). Creep-Rupture Behavior of Weldments. Welding Journal, Vol. 61, No. 2. pp. 50–57.

Manson, S. S., Halford, G. R. (2006). Fatigue and Durability of Structural Materials. 1st printing. Materials Park, Ohio, USA, ASM International. 409 p.

Manson, S. S., Halford, G. R. (2009). Fatigue and Durability of Metals at High Temperatures. 1st printing. Materials Park, Ohio, USA, ASM International. 257 p.

Milella, P. P. (2013). Fatigue and Corrosion in Metals. Milan, Italy, Springer-Verlag. 844 p.

Optimus Industries, LLC. (2016). Utility Boiler Headers. [WWW]. Saatavissa (viitattu 12.02.2016): http://www.optimus-tulsa.com/utility-headers.htm.

Ottosen, N. S., Ristinmaa, M. (2005). The Mechanics of Constitutive Modeling. 1st edition. Oxford, United Kingdom, Elsevier Ltd. 745 p.

Rémy, L. (2003). Thermal-Mechanical Fatigue (Including Thermal Shock). In: Milne, I. (ed.), Richie, R. O. (ed.), Karihaloo, B. (ed.), Saxena, A. (ed.). Comprehensive Structural Integrity. Volume 5. Oxford, United Kingdom, Elsevier Ltd. pp. 113–199.

Rice, J. R., Tracey, D. M. (1969). On the Ductile Enlargement of Voids in Triaxial Stress Fields. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 17, No. 3. pp. 201–217.

SEAM Industries Ltd. (2016). Photo Gallery. [WWW]. Saatavissa (viitattu 12.02.2016): http://www.seamlimited.com/Photo_Gallery/9_Superheater_Coils1big.jpg.

Socie, D. (2001). Multiaxial Fatigue Damage Criteria. In: Lemaitre, J. (ed.). Handbook of Materials Behavior Models. Volume 2. San Diego, California, USA, Academic Press. pp. 453–456.

Spindler, M. W. (2004). The Multiaxial Creep Ductility of Austenitic Stainless Steels. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 27, No. 4. pp. 273–281.

Spindler, M. W. (2007). An Improved Method for Calculation of Creep Damage during Creep-Fatigue Cycling. Materials Science and Technology, Vol. 23, No. 12. pp. 1461–1470.

Spindler, M. W. (2008). Effects of Dwell Location on the Creep-Fatigue Endurance of Cast Type 304L. Materials at High Temperatures, Vol. 25, No. 3. pp. 187–196.

Spittel, M., Spittel, T., Warlimont, H. (ed.). (2009). Metal Forming Data of Ferrous Alloys - Deformation Behaviour. Landolt-Börnstein - Group VIII: Advanced Materials and Technologies. Volume 2, Subvolume C, Part 1. Berlin, Germany, Springer. 1168 p.

Stewart, C. M. (2013). A Hybrid Constitutive Model for Creep, Fatigue, and Creep-Fatigue Damage. Dissertation. University of Central Florida, Orlando, Florida, USA. 289 p.

Sumitomo Metal Industries, Ltd. (1993). Sumitomo Seamless Tubes and Pipe Creep Data Sheets. Tokyo, Japan, Sumitomo Metal Industries, Ltd. 352 p.

Viswanathan, R. (1989). Damage Mechanisms and Life Assessment of High-Temperature Components. 1st printing. Metals Park, Ohio, USA, ASM International. 497 p.

Wagner, W., Kretzschmar, H.-J. (2008). International Steam Tables. 2nd edition. Berlin, Germany, Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 388 p.

Yao, H.-T., Xuan, F.-Z., Wang, Z., Tu, S.-T. (2007). A Review of Creep Analysis and Design under Multi-Axial Stress States. Nuclear Engineering and Design, Vol. 237, No. 18. pp. 1969–1986.

Zamrik, S. Y., Mirdamadi, M., Davis, D. C. (1993). A Proposed Model for Biaxial Fatigue Analysis Using the Triaxiality Factor Concept. In: McDowell, D. L. (ed.), Ellis, R. (ed.). Advances in Multiaxial Fatigue. Philadelphia, Pennsylvania, USA, American Society for Testing and Materials. pp. 85–106.

Zenner, H., Simbürger, A., Liu, J. (2000). On the Fatigue Limit of Ductile Metals under Complex Multiaxial Loading. International Journal of Fatigue, Vol. 22, No. 2. pp. 137–145.

Julkaisemattomat lähteet

Kouhia, R., Saksala, T. (2016). Virumismurron ja virumisväsymisen mallintaminen. Julkaisematon tutkimusraportti. Tampere, Tampereen teknillinen yliopisto. 30 s.

Valmet Technologies Oy. (2015). Hybex Boiler – Bubbling Fluidized Bed (BFB) Technology. Julkaisematon esitelmä. Tampere, Valmet Technologies Oy. 37 s.

LIITE A: TERMODYNAAMISEN MALLIN 1 PARAMETRIEN MÄÄRITYS TERÄKSELLE SA-213 T24

Materiaalimallin version 1 parametrit määritetään materiaalivalmistajan eri lämpötiloissa ja eri virumisjännityksillä ilmoittamien (Arndt et al. 2000, s. 23, 24) vähimmäisvirumisnopeuksien ja virumismurtoaikojen perusteella. Materiaalimallin parametrit määritetään luvun 4.2.2 yhtälöitä (96) ja (111) hyödyntäen, jolloin määritettäviä parametreja ovat q_c, q_d, t_c, t_d, p ja r. Vähimmäisvirumisnopeus saadaan yhtälöstä (96) materiaalin ollessa vaurioitumatonta, jolloin pätee $\omega = 1$.

Parametrien määrityksessä käytettävät yhtälöt

$$d\varepsilon_c = \frac{e^{-\frac{q_c}{T}}}{t_c}\cdot\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p$$ Vähimmäisvirumisnopeus

$$t_{rup} = \frac{1}{(p+3)\cdot e^{-\frac{q_d}{T}}}\cdot\left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{-2r}\cdot t_d$$ Virumismurtoaika

Materiaalimallin parametrit määritetään valmistajan esittämien virumisarvojen perusteella lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C (773,15, 823,15 ja 873,15 K).

$T_1 := 500 + 273.15$ $T_2 := 550 + 273.15$ $T_3 := 600 + 273.15$

Parametrien määrittämisen yksinkertaistamiseksi oletetaan parametrien *p* ja *r* arvojen muuttuvan lineaarisesti lämpötilan *T* funktiona, jolloin parametrit voidaan esittää yhtälöiden (112) ja (113) mukaisesti seuraavasti.

$$p(T) = p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T - T_r}{T_r}\right) \qquad r(T) = r_r\cdot\left(1 + b_r\cdot\frac{T - T_r}{T_r}\right)$$

Lisäksi parametrien määrittämisen yksinkertaistamiseksi oletetaan referenssijännityksenä σ_r käytettävän myötöjännityksen muuttuvan lineaarisesti lämpötilan funktiona välillä 500 - 600 °C. Oletus pitää melko tarkasti paikkansa materiaalivalmistajan ilmoittamien tietojen perusteella ja oletuksen mukaan materiaalin myötöjännitys lämpötilassa 550 °C on todellisuutta alhaisempi (Arndt et al. 2000, s. 27), joten oletus johtaa todellisuutta konservatiivisempiin tuloksiin.

$K_T := -0.76$ Referenssijännityksen lämpötilan funktiona esiintyvän muutoksen kulmakerroin [MPa/K]

$\sigma_{r.offset} := 931.594$ Referenssijännityksen lausekkeen vakiokomponentti [MPa]

$\sigma_r(T) := K_T\cdot T + \sigma_{r.offset}$ Referenssijännitys lämpötilan funktiona [MPa]

Referenssijännitys eri lämpötiloissa [MPa]

500 °C	550 °C	600 °C
$s_r(T_1) = 344$	$s_r(T_2) = 306$	$s_r(T_3) = 268$

Parametrien q_c, t_c, p_r ja a_r arvot määritetään ensin virumisnopeuden lausekkeen (96) avulla käyttäen materiaalivalmistajan eri lämpötiloissa ja eri jännityksillä ilmoittamia vähimmäisvirumisnopeuksia. Lausekkeesta (96) otetaan parametrien määrittämistä varten luonnolliset logaritmit puolittain, sillä sen on havaittu vähentävän virhettä parametrien määrityksessä. Parametrien arvot määritetään soviteyhtälöiden virheen minimin perusteella ratkaisun määrittävällä Mathcadin Minerr-funktiolla.

Parametrien määrityksessä käytettävät materiaalivalmistajan ilmoittamat (Arndt et al. 2000, s. 24) vähimmäisvirumisnopeudet eri lämpötiloissa ja eri virumisjännityksillä.

ORIGIN:= 1

500 °C

$s_a := (230 \;\; 250 \;\; 270 \;\; 290 \;\; 310)^T$ Virumiskokeiden vetojännitykset [MPa]

$de_a := (0.014 \;\; 0.07 \;\; 0.20 \;\; 0.54 \;\; 1.4)^T \times \frac{0.01}{1000 \times 3600}$ Virumisjännityksiä vastaavat vähimmäisvirumisnopeudet [1/s]

550 °C

$s_b := (150 \;\; 170 \;\; 190 \;\; 210 \;\; 230)^T$ Virumiskokeiden vetojännitykset [MPa]

$de_b := (0.010 \;\; 0.06 \;\; 0.23 \;\; 0.70 \;\; 6.5)^T \times \frac{0.01}{1000 \times 3600}$ Virumisjännityksiä vastaavat vähimmäisvirumisnopeudet [1/s]

600 °C

$s_c := (50 \;\; 80 \;\; 100 \;\; 130 \;\; 160)^T$ Virumiskokeiden vetojännitykset [MPa]

$de_c := (0.022 \;\; 0.062 \;\; 0.11 \;\; 0.31 \;\; 0.85)^T \times \frac{0.01}{1000 \times 3600}$ Virumisjännityksiä vastaavat vähimmäisvirumisnopeudet [1/s]

Annetaan määritettäville parametreille alkuarvot:

$t_c := 1000$ $p_r := 1$ $a_r := 5$ $q_c := 1000$

$T_r := 500 + 273.15$ Referenssilämpötila parametreille *p* ja *r* [K]

Given

Lauseke (96), josta on otettu puolittain luonnollinen logaritmi ja johon on sijoitettu materiaalivalmistajan ilmoittamat arvot, kun pätee lauseke $\omega = 1$:

500 °C

$$\frac{-q_c}{T_1} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_1 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{a_1}}{\sigma_r(T_1)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{a_1}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_1} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_1 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{a_2}}{\sigma_r(T_1)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{a_2}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_1} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_1 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{a_3}}{\sigma_r(T_1)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{a_3}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_1} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_1 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{a_4}}{\sigma_r(T_1)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{a_4}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_1} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_1 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{a_5}}{\sigma_r(T_1)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{a_5}\right)$$

550 °C

$$\frac{-q_c}{T_2} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_2 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{b_1}}{\sigma_r(T_2)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{b_1}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_2} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_2 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{b_2}}{\sigma_r(T_2)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{b_2}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_2} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_2 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{b_3}}{\sigma_r(T_2)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{b_3}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_2} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_2 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{b_4}}{\sigma_r(T_2)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{b_4}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_2} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_2 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{b_5}}{\sigma_r(T_2)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{b_5}\right)$$

600 °C

$$\frac{-q_c}{T_3} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{c_1}}{\sigma_r(T_3)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{c_1}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_3} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{c_2}}{\sigma_r(T_3)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{c_2}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_3} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{c_3}}{\sigma_r(T_3)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{c_3}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_3} - \ln(t_c) + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{c_4}}{\sigma_r(T_3)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{c_4}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_3} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_3 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{c5}}{\sigma_r(T_3)}\right) = \ln\left(e_{c5}\right)$$

$q_c > 0$ Virumisen skaalatun aktivaatioenergian on oltava positiivinen.

$t_c > 0$ Virumismuodonmuutoksen karakteristisen ajan on oltava positiivinen.

$EE := \text{Minerr}(t_c, p_r, a_r, q_c)$

$$EE = \begin{pmatrix} 1.54748 \times 10^{4} \\ 13.89166 \\ -5.228 \\ 6.26851 \times 10^{3} \end{pmatrix}$$

Saadut tulokset

Määritetyt parametrien arvot

$t_c := EE_1$ $p_r := EE_2$ $a_r := EE_3$ $q_c := EE_4$

$t_c = 15474.763$ $p_r = 13.892$ $a_r = -5.228$ $q_c = 6268.513$

Parametrin *p* arvot voidaan nyt ratkaista eri lämpötiloissa.

$$p(T) := p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T - T_r}{T_r}\right)$$

500 °C	550 °C	600 °C
$p(T_1) = 13.892$	$p(T_2) = 9.195$	$p(T_3) = 4.498$

Parametrien q_d, t_d, r_r ja b_r arvot määritetään edeltävien parametrien tapaisesti virumismurtoajan lausekkeen (111) avulla materiaalivalmistajan eri lämpötiloissa ja eri jännityksillä ilmoittamien virumismurtoaikojen perusteella. Aiempien parametrien määrityksen tapaan lausekkeesta (111) otetaan myös nyt luonnolliset logaritmit puolittain parametrien kalibroinnin tarkkuuden parantamiseksi. Parametrien arvot määritetään myös nyt Mathcad-ohjelmiston Minerr-funktiolla.

Parametrien määrityksessä käytettävät materiaalivalmistajan ilmoittamat (Arndt et al. 2000, s. 23) virumismurtoajat eri lämpötiloissa ja eri virumisjännityksillä.

500 °C

$\sigma_a^{T} = (230\ \ 250\ \ 270\ \ 290\ \ 310)$ Virumiskokeiden vetojännitykset [MPa]

$t_{rup.a} := (100000\ \ 25000\ \ 7000\ \ 3000\ \ 1000)^{T} \cdot 3600$ Virumisjännityksiä vastaavat virumismurtoajat [s]

550 °C

$\sigma_b^{T} = (150\ \ 170\ \ 190\ \ 210\ \ 230)$ Virumiskokeiden vetojännitykset [MPa]

$\tau_{rup.b} := (100000\ \ 20000\ \ 8000\ \ 3000\ \ 1000)^{T} \cdot 3600$ Virumisjännityksiä vastaavat virumismurtoajat [s]

600 °C

$\sigma_c^{T} = (50\ \ 80\ \ 100\ \ 130\ \ 160)$ Virumiskokeiden vetojännitykset [MPa]

$\tau_{rup.c} := (100000\ \ 25500\ \ 11500\ \ 2300\ \ 540)^{T} \cdot 3600$ Virumisjännityksiä vastaavat virumismurtoajat [s]

Annetaan määritettäville parametreille alkuarvot:

$\rho_r := 7 \qquad \beta_r := -1 \qquad \theta_d := 10 \qquad \tau_d := 10000$

Given

Lauseke (111), josta on otettu puolittain luonnollinen logaritmi ja johon on sijoitettu materiaalivalmistajan ilmoittamat arvot:

500 °C

$$\ln\left[\tau_{rup.a_1}\right] = -\left[\ln\left(\pi\left(T_1\right)+3\right) - \ln\left(\tau_d\right) + \frac{-\theta_d}{T_1} + 2\rho_r \cdot \left(1 + \beta_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{a_1}}{\sigma_r\left(T_1\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left[\tau_{rup.a_2}\right] = -\left[\ln\left(\pi\left(T_1\right)+3\right) - \ln\left(\tau_d\right) + \frac{-\theta_d}{T_1} + 2\rho_r \cdot \left(1 + \beta_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{a_2}}{\sigma_r\left(T_1\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left[\tau_{rup.a_3}\right] = -\left[\ln\left(\pi\left(T_1\right)+3\right) - \ln\left(\tau_d\right) + \frac{-\theta_d}{T_1} + 2\rho_r \cdot \left(1 + \beta_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{a_3}}{\sigma_r\left(T_1\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left[\tau_{rup.a_4}\right] = -\left[\ln\left(\pi\left(T_1\right)+3\right) - \ln\left(\tau_d\right) + \frac{-\theta_d}{T_1} + 2\rho_r \cdot \left(1 + \beta_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{a_4}}{\sigma_r\left(T_1\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left[\tau_{rup.a_5}\right] = -\left[\ln\left(\pi\left(T_1\right)+3\right) - \ln\left(\tau_d\right) + \frac{-\theta_d}{T_1} + 2\rho_r \cdot \left(1 + \beta_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{a_5}}{\sigma_r\left(T_1\right)}\right)\right]$$

550 °C

$$\ln\left[\tau_{rup.b_1}\right] = -\left[\ln\left(\pi\left(T_2\right)+3\right) - \ln\left(\tau_d\right) + \frac{-\theta_d}{T_2} + 2\rho_r \cdot \left(1 + \beta_r \cdot \frac{T_2 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{b_1}}{\sigma_r\left(T_2\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left[\tau_{rup.b_2}\right] = -\left[\ln\left(\pi\left(T_2\right)+3\right) - \ln\left(\tau_d\right) + \frac{-\theta_d}{T_2} + 2\rho_r \cdot \left(1 + \beta_r \cdot \frac{T_2 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{b_2}}{\sigma_r\left(T_2\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.b_3}\right) = -\left[\ln\left(p\left(T_2\right)+3\right) - \ln\left(t_d\right) + \frac{-q_d}{T_2} + 2r_r\cdot\left(1 + b_r\cdot\frac{T_2 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{b_3}}{\sigma_r\left(T_2\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.b_4}\right) = -\left[\ln\left(p\left(T_2\right)+3\right) - \ln\left(t_d\right) + \frac{-q_d}{T_2} + 2r_r\cdot\left(1 + b_r\cdot\frac{T_2 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{b_4}}{\sigma_r\left(T_2\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.b_5}\right) = -\left[\ln\left(p\left(T_2\right)+3\right) - \ln\left(t_d\right) + \frac{-q_d}{T_2} + 2r_r\cdot\left(1 + b_r\cdot\frac{T_2 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{b_5}}{\sigma_r\left(T_2\right)}\right)\right]$$

600 °C

$$\ln\left(t_{rup.c_1}\right) = -\left[\ln\left(p\left(T_3\right)+3\right) - \ln\left(t_d\right) + \frac{-q_d}{T_3} + 2r_r\cdot\left(1 + b_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{c_1}}{\sigma_r\left(T_3\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.c_2}\right) = -\left[\ln\left(p\left(T_3\right)+3\right) - \ln\left(t_d\right) + \frac{-q_d}{T_3} + 2r_r\cdot\left(1 + b_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{c_2}}{\sigma_r\left(T_3\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.c_3}\right) = -\left[\ln\left(p\left(T_3\right)+3\right) - \ln\left(t_d\right) + \frac{-q_d}{T_3} + 2r_r\cdot\left(1 + b_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{c_3}}{\sigma_r\left(T_3\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.c_4}\right) = -\left[\ln\left(p\left(T_3\right)+3\right) - \ln\left(t_d\right) + \frac{-q_d}{T_3} + 2r_r\cdot\left(1 + b_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{c_4}}{\sigma_r\left(T_3\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.c_5}\right) = -\left[\ln\left(p\left(T_3\right)+3\right) - \ln\left(t_d\right) + \frac{-q_d}{T_3} + 2r_r\cdot\left(1 + b_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{\sigma_{c_5}}{\sigma_r\left(T_3\right)}\right)\right]$$

$q_d > 0$ — Vaurionkasvun skaalattu aktivaatioenergia on oltava positiivinen.

$t_d > 0$ — Vaurionkasvun karakteristisen ajan on oltava positiivinen.

$RR := \mathrm{Minerr}\left(r_r, b_r, t_d, q_d\right)$

$$RR = \begin{pmatrix} 7.10888 \\ -5.12018 \\ 0.03191 \\ 1.54162\times 10^4 \end{pmatrix}$$

Saadut tulokset

Määritetyt parametrien arvot

$r_r := RR_1$ $\quad b_r := RR_2$ $\quad t_d := RR_3$ $\quad q_d := RR_4$

$r_r = 7.109$ $\quad b_r = -5.12$ $\quad t_d = 0.03191$ $\quad q_d = 15416.186$

Parametrin *r* arvot voidaan nyt ratkaista eri lämpötiloissa.

$$r(T) := r_r \cdot \left(1 + b_r \cdot \frac{T - T_r}{T_r}\right)$$

500 °C	550 °C	600 °C
$r(T_1) = 7.109$	$r(T_2) = 4.755$	$r(T_3) = 2.401$

Lopulliset mallin parametrit

$q_c = 6268.513$	Virumisen skaalattu aktivaatioenergia ($q_c = Q_c/R_g$) [K]
$q_d = 15416.186$	Vaurionkasvun skaalattu aktivaatioenergia ($q_d = Q_d/R_g$) [K]
$t_c = 15474.763$	Virumismuodonmuutoksen karakteristinen aika [s]
$t_d = 0.0319125$	Vaurionkasvun karakteristinen aika [s]
$p(T_1) = 13.892$	Parametrin *p* arvo lämpötilassa 500 °C [-]
$p(T_2) = 9.195$	Parametrin *p* arvo lämpötilassa 550 °C [-]
$p(T_3) = 4.498$	Parametrin *p* arvo lämpötilassa 600 °C [-]
$r(T_1) = 7.109$	Parametrin *r* arvo lämpötilassa 500 °C [-]
$r(T_2) = 4.755$	Parametrin *r* arvo lämpötilassa 550 °C [-]
$r(T_3) = 2.401$	Parametrin *r* arvo lämpötilassa 600 °C [-]

LIITE B: TERMODYNAAMISEN MALLIN 2 PARAMETRIEN MÄÄRITYS TERÄKSELLE SA-213 T24

Materiaalimallin version 2 parametrit määritetään materiaalivalmistajan eri lämpötiloissa ja eri virumisjännityksillä ilmoittamien (Arndt et al. 2000, s. 23, 24) vähimmäisvirumisnopeuksien ja virumismurtoaikojen perusteella. Materiaalimallin parametrit määritetään lukujen 4.2.2 ja 4.2.3 yhtälöitä (96) ja (130) hyödyntäen, jolloin määritettäviä parametreja ovat q_c, t_c, t_d, ja p. Vähimmäisvirumisnopeus saadaan yhtälöstä (96) materiaalin ollessa vaurioitumatonta, jolloin pätee $\omega = 1$.

Parametrien määrityksessä käytettävät yhtälöt

$$d\varepsilon_c = \frac{e^{-\frac{q_c}{T}}}{t_c} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^p$$ Vähimmäisvirumisnopeus

$$t_{rup} = \frac{t_d}{e^{-\frac{q_c}{T}}} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_r}\right)^{-p}$$ Virumismurtoaika

Materiaalimallin parametrit määritetään valmistajan esittämien virumisarvojen perusteella lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C (773,15, 823,15 ja 873,15 K).

$T_1 := 500 + 273.15$ $\quad T_2 := 550 + 273.15$ $\quad T_3 := 600 + 273.15$

Parametrien määrittämisen yksinkertaistamiseksi oletetaan parametrin *p* arvon muuttuvan lineaarisesti lämpötilan *T* funktiona, jolloin parametri voidaan esittää yhtälön (112) mukaisesti seuraavasti.

$$p(T) = p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T - T_r}{T_r}\right)$$

Lisäksi parametrien määrittämisen yksinkertaistamiseksi oletetaan referenssijännityksenä σ_r käytettävän myötöjännityksen muuttuvan lineaarisesti lämpötilan funktiona välillä 500 - 600 °C. Oletus pitää melko tarkasti paikkansa materiaalivalmistajan ilmoittamien tietojen perusteella ja oletuksen mukaan materiaalin myötöjännitys lämpötilassa 550 °C on todellisuutta alhaisempi (Arndt et al. 2000, s. 27), joten oletus johtaa todellisuutta konservatiivisempiin tuloksiin.

$K_T := -0.76$ Referenssijännityksen lämpötilan funktiona esiintyvän muutoksen kulmakerroin [MPa/K]

$\sigma_{r.offset} := 931.594$ Referenssijännityksen lausekkeen vakiokomponentti [MPa]

$\sigma_r(T) := K_T \cdot T + \sigma_{r.offset}$ Referenssijännitys lämpötilan funktiona [MPa]

Referenssijännitys eri lämpötiloissa [MPa]

500 °C	550 °C	600 °C
$s_r(T_1) = 344$	$s_r(T_2) = 306$	$s_r(T_3) = 268$

Parametrien q_c, t_c, t_d, p_r ja a_r arvot määritetään virumisnopeuden ja virumismurtoajan lausekkeiden (96) ja (130) avulla käyttäen materiaalivalmistajan eri lämpötiloissa ja eri jännityksillä ilmoittamia vähimmäisvirumisnopeuksia ja virumismurtoaikoja. Lausekkeista (96) ja (130) otetaan parametrien määrittämistä varten luonnolliset logaritmit puolittain, sillä sen on havaittu vähentävän virhettä parametrien määrityksessä. Parametrien arvot määritetään soviteyhtälöiden virheen minimin perusteella ratkaisun määrittävällä Mathcad-ohjelmiston Minerr-funktiolla.

Parametrien määrityksessä käytettävät materiaalivalmistajan ilmoittamat (Arndt et al. 2000, s. 23, 24) vähimmäisvirumisnopeudet ja virumismurtoajat eri lämpötiloissa ja eri virumisjännityksillä.

$\mathrm{ORIGIN} := 1$

500 °C

$s_a := (230\ \ 250\ \ 270\ \ 290\ \ 310)^T$ Virumiskokeiden vetojännitykset [MPa]

$de_a := (0.014\ \ 0.07\ \ 0.20\ \ 0.54\ \ 1.4)^T \times \frac{0.01}{1000 \times 3600}$ Virumisjännityksiä vastaavat vähimmäisvirumisnopeudet [1/s]

$t_{rup.a} := (100000\ \ 25000\ \ 7000\ \ 3000\ \ 1000)^T \times 3600$ Virumisjännityksiä vastaavat virumismurtoajat [s]

550 °C

$s_b := (150\ \ 170\ \ 190\ \ 210\ \ 230)^T$ Virumiskokeiden vetojännitykset [MPa]

$de_b := (0.010\ \ 0.06\ \ 0.23\ \ 0.70\ \ 6.5)^T \times \frac{0.01}{1000 \times 3600}$ Virumisjännityksiä vastaavat vähimmäisvirumisnopeudet [1/s]

$t_{rup.b} := (100000\ \ 20000\ \ 8000\ \ 3000\ \ 1000)^T \times 3600$ Virumisjännityksiä vastaavat virumismurtoajat [s]

600 °C

$s_c := (50\ \ 80\ \ 100\ \ 130\ \ 160)^T$ Virumiskokeiden vetojännitykset [MPa]

$de_c := (0.022\ \ 0.062\ \ 0.11\ \ 0.31\ \ 0.85)^T \times \frac{0.01}{1000 \times 3600}$ Virumisjännityksiä vastaavat vähimmäisvirumisnopeudet [1/s]

$t_{rup.c} := (100000\ \ 25500\ \ 11500\ \ 2300\ \ 540)^T \times 3600$ Virumisjännityksiä vastaavat virumismurtoajat [s]

Annetaan määritettäville parametreille alkuarvot:

$t_c := 0.001$ $\quad t_d := 0.02$ $\quad p_r := 1$ $\quad a_r := 5$ $\quad q_c := 500$

$T_r := 500 + 273.15$ Referenssilämpötila parametrille *p* [K]

Given

Lauseke (96), josta on otettu puolittain luonnollinen logaritmi ja johon on sijoitettu materiaalivalmistajan ilmoittamat arvot, kun pätee lauseke ω = 1:

500 °C

$$\frac{-q_c}{T_1} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{s_{a_1}}{s_r(T_1)}\right) = \ln\left(e_{a_1}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_1} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{s_{a_2}}{s_r(T_1)}\right) = \ln\left(e_{a_2}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_1} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{s_{a_3}}{s_r(T_1)}\right) = \ln\left(e_{a_3}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_1} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{s_{a_4}}{s_r(T_1)}\right) = \ln\left(e_{a_4}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_1} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{s_{a_5}}{s_r(T_1)}\right) = \ln\left(e_{a_5}\right)$$

550 °C

$$\frac{-q_c}{T_2} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_2 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{s_{b_1}}{s_r(T_2)}\right) = \ln\left(e_{b_1}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_2} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_2 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{s_{b_2}}{s_r(T_2)}\right) = \ln\left(e_{b_2}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_2} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_2 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{s_{b_3}}{s_r(T_2)}\right) = \ln\left(e_{b_3}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_2} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_2 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{s_{b_4}}{s_r(T_2)}\right) = \ln\left(e_{b_4}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_2} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_2 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{s_{b_5}}{s_r(T_2)}\right) = \ln\left(e_{b_5}\right)$$

600 °C

$$\frac{-q_c}{T_3} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_3 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{c_1}}{\sigma_r(T_3)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{c_1}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_3} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_3 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{c_2}}{\sigma_r(T_3)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{c_2}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_3} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_3 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{c_3}}{\sigma_r(T_3)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{c_3}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_3} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_3 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{c_4}}{\sigma_r(T_3)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{c_4}\right)$$

$$\frac{-q_c}{T_3} - \ln(t_c) + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_3 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{c_5}}{\sigma_r(T_3)}\right) = \ln\left(\delta\varepsilon_{c_5}\right)$$

Lauseke (130), josta on otettu puolittain luonnollinen logaritmi ja johon on sijoitettu materiaalivalmistajan ilmoittamat arvot:

500 °C

$$\ln\left(t_{rup.a_1}\right) = -\left[\ln(t_d) + \frac{-q_c}{T_1} + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{a_1}}{\sigma_r(T_1)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.a_2}\right) = -\left[\ln(t_d) + \frac{-q_c}{T_1} + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{a_2}}{\sigma_r(T_1)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.a_3}\right) = -\left[\ln(t_d) + \frac{-q_c}{T_1} + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{a_3}}{\sigma_r(T_1)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.a_4}\right) = -\left[\ln(t_d) + \frac{-q_c}{T_1} + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{a_4}}{\sigma_r(T_1)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.a_5}\right) = -\left[\ln(t_d) + \frac{-q_c}{T_1} + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_1 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{a_5}}{\sigma_r(T_1)}\right)\right]$$

550 °C

$$\ln\left(t_{rup.b_1}\right) = -\left[\ln(t_d) + \frac{-q_c}{T_2} + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_2 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{b_1}}{\sigma_r(T_2)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.b_2}\right) = -\left[\ln(t_d) + \frac{-q_c}{T_2} + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_2 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{b_2}}{\sigma_r(T_2)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.b_3}\right) = -\left[\ln(t_d) + \frac{-q_c}{T_2} + p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T_2 - T_r}{T_r}\right) \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{b_3}}{\sigma_r(T_2)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.b_4}\right) = -\left[\ln\left(t_d\right) + \frac{-q_c}{T_2} + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_2 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{s_{b_4}}{s_r\left(T_2\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.b_5}\right) = -\left[\ln\left(t_d\right) + \frac{-q_c}{T_2} + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_2 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{s_{b_5}}{s_r\left(T_2\right)}\right)\right]$$

600 °C

$$\ln\left(t_{rup.c_1}\right) = -\left[\ln\left(t_d\right) + \frac{-q_c}{T_3} + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{s_{c_1}}{s_r\left(T_3\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.c_2}\right) = -\left[\ln\left(t_d\right) + \frac{-q_c}{T_3} + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{s_{c_2}}{s_r\left(T_3\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.c_3}\right) = -\left[\ln\left(t_d\right) + \frac{-q_c}{T_3} + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{s_{c_3}}{s_r\left(T_3\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.c_4}\right) = -\left[\ln\left(t_d\right) + \frac{-q_c}{T_3} + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{s_{c_4}}{s_r\left(T_3\right)}\right)\right]$$

$$\ln\left(t_{rup.c_5}\right) = -\left[\ln\left(t_d\right) + \frac{-q_c}{T_3} + p_r\cdot\left(1 + a_r\cdot\frac{T_3 - T_r}{T_r}\right)\cdot\ln\left(\frac{s_{c_5}}{s_r\left(T_3\right)}\right)\right]$$

$q_c > 0$

$t_c > 0$

$t_d > 0$

Virumisen skaalatun aktivaatioenergian q_c ja virumismuodonmuutoksen ja vaurionkasvun karakterististen aikojen on oltava positiivisia.

$EE := \mathrm{Minerr}\left(q_c, t_c, t_d, p_r, a_r\right)$

$$EE = \begin{pmatrix} 8.57143\times 10^{3} \\ 862.29527 \\ 12.71209 \\ 13.91779 \\ -5.12942 \end{pmatrix}$$

Saadut tulokset

Määritetyt parametrien arvot

$q_c := EE_1$ $\quad t_c := EE_2$ $\quad t_d := EE_3$ $\quad p_r := EE_4$ $\quad a_r := EE_5$

$q_c = 8571.428$ $\quad t_c = 862.295$ $\quad t_d = 12.712$ $\quad p_r = 13.918$ $\quad a_r = -5.129$

Parametrin *p* arvot voidaan nyt ratkaista eri lämpötiloissa.

$$p(T) := p_r \cdot \left(1 + a_r \cdot \frac{T - T_r}{T_r}\right)$$

500 °C	550 °C	600 °C
$p(T_1) = 13.918$	$p(T_2) = 9.301$	$p(T_3) = 4.684$

Lopulliset mallin parametrit

$q_c = 8571.428$	Virumisen skaalattu aktivaatioenergia ($q_c = Q_c/R_g$) [K]
$t_c = 862.295$	Virumismuodonmuutoksen karakteristinen aika [s]
$t_d = 12.7121$	Vaurionkasvun karakteristinen aika [s]
$p(T_1) = 13.918$	Parametrin *p* arvo lämpötilassa 500 °C [-]
$p(T_2) = 9.301$	Parametrin *p* arvo lämpötilassa 550 °C [-]
$p(T_3) = 4.684$	Parametrin *p* arvo lämpötilassa 600 °C [-]

LIITE C: NORTONIN VIRUMISMALLIN PARAMETRIEN MÄÄRITYS TERÄKSELLE SA-335 P91

Nortonin virumisyhtälön (35) parametrit teräkselle SA-335 P91 määritetään erikseen lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C, koska se pienentää Nortonin virumisyhtälön avulla saatavien vähimmäisvirumisnopeuksien virhettä verrattuna tilanteeseen, jossa samoilla lähtötiedoilla määritetään vain yhdet virumisyhtälön kertoimet, joita käytetään kaikissa edellä mainituissa lämpötiloissa. Virumisyhtälön kertoimet C_1 - C_3 määritetään samoja materiaalivalmistajan ilmoittamia vähimmäisvirumisnopeuksia käyttäen kuin teräksen SA-335 P91 materiaalimallin versioiden 1 ja 2 parametrit.

$$\frac{d}{dt}\varepsilon_c = C_1 \cdot \sigma^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T}}$$ Nortonin virumisyhtälö

Yhtälössä ε_c on virumisvenymä, σ yksiakselinen vetojännitys, T lämpötila ja kertoimet C_1 - C_3 Nortonin virumisyhtälön kertoimia.

ORIGIN:= 1

Nortonin virumismallin kertoimien määritys lämpötilassa 500 °C

$T_1 := 500 + 273.15$ Lämpötila [K]

Materiaalivalmistajan ilmoittamat vähimmäisvirumisnopeudet eri virumisjännityksillä (Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 153)

$d\varepsilon_{500} := (0.032 \quad 0.40 \quad 3.1 \quad 22 \quad 220)^T \cdot \frac{0.01}{1000 \cdot 3600}$ Vähimmäisvirumisnopeudet eri virumisjännityksillä [1/s]

$\sigma_{500} := (250 \quad 280 \quad 310 \quad 340 \quad 380)^T \cdot 10^6$ Vähimmäisvirumisnopeuksia vastaavat virumisjännitykset [Pa]

$C_1 := 0.01 \qquad C_2 := 10 \qquad C_3 := 200000$ Alkuarvaukset kertoimien C_1 - C_3 arvoille

Ratkaistaan kertoimet C_1 - C_3 pienimmän neliösumman menetelmällä Nortonin virumisyhtälön avulla. Kertoimet ratkaistaan Nortonin virumisyhtälöstä muodossa, jossa yhtälöstä on otettu luonnolliset logaritmit puolittain, sillä se kokemusten mukaan vähentää saatujen parametrien avulla saatavan sovitteen virhettä.

Given

$$\ln\left[C_1 \cdot \left(\sigma_{500_1}\right)^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T_1}}\right] = \ln\left(d\varepsilon_{500_1}\right) \qquad \ln\left[C_1 \cdot \left(\sigma_{500_2}\right)^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T_1}}\right] = \ln\left(d\varepsilon_{500_2}\right)$$

$$\ln\left[C_1\cdot\left(\sigma500_3\right)^{C_2}\cdot e^{\frac{-C_3}{T_1}}\right] = \ln\left(\mathrm{d}\varepsilon500_3\right) \qquad \ln\left[C_1\cdot\left(\sigma500_4\right)^{C_2}\cdot e^{\frac{-C_3}{T_1}}\right] = \ln\left(\mathrm{d}\varepsilon500_4\right)$$

$$\ln\left[C_1\cdot\left(\sigma500_5\right)^{C_2}\cdot e^{\frac{-C_3}{T_1}}\right] = \ln\left(\mathrm{d}\varepsilon500_5\right)$$

$$\begin{pmatrix} C_{1.500} \\ C_{2.500} \\ C_{3.500} \end{pmatrix} := \mathrm{Minerr}\left(C_1, C_2, C_3\right) = \begin{pmatrix} 3.7611\times 10^{-30} \\ 21.0207 \\ 2.7973\times 10^{5} \end{pmatrix}$$

Saadut virumisyhtälön kertoimet

$C_{1.500} = 3.7611\times 10^{-30}$ $\qquad C_{2.500} = 21.021$ $\qquad C_{3.500} = 279732$

Tulosten tarkistus

$i := 1 .. 5$

$$M_{i,1} := \frac{\sigma500_i}{10^6}$$

Nortonin virumismallin kalibroinnissa käytetyt virumisjännitykset [MPa]

$$M_{i,2} := C_{1.500}\cdot\left(\sigma500_i\right)^{C_{2.500}}\cdot e^{\frac{-C_{3.500}}{T_1}}\cdot\frac{3600\cdot 1000}{0.01}$$

Nortonin virumisyhtälöllä saatava vähimmäisvirumisnopeus eri virumisjännityksillä [%/1000 h]

$$M_{i,3} := \mathrm{d}\varepsilon500_i\cdot\frac{3600\cdot 1000}{0.01}$$

Materiaalivalmistajan ilmoittama vähimmäisvirumisnopeus eri virumisjännityksillä [%/1000 h]

$$M_{i,4} := \frac{M_{i,2} - M_{i,3}}{M_{i,3}}\cdot 100$$

Kalibroidulla Nortonin virumismallilla saatujen vähimmäisvirumisnopeuksien virhe materiaalivalmistajan ilmoittamiin arvoihin verrattuna [%]

$$M = \begin{pmatrix} 250.000 & 0.034 & 0.032 & 6.155 \\ 280.000 & 0.368 & 0.400 & -8.033 \\ 310.000 & 3.125 & 3.100 & 0.814 \\ 340.000 & 21.786 & 22.000 & -0.973 \\ 380.000 & 225.723 & 220.000 & 2.601 \end{pmatrix}$$

Nortonin virumismallilla saatavien vähimmäisvirumisnopeuksien vertailu materiaalivalmistajan ilmoittamien arvojen kanssa.

1. sarake: virumisjännitykset [MPa]
2. sarake: kalibroidulla mallilla saadut vähimmäisvirumisnopeudet [%/1000 h]
3. sarake: materiaalivalmistajan ilmoittamat vähimmäisvirumisnopeudet [%/1000 h]
4. sarake: kalibroidulla mallilla saatavien vähimmäisvirumisnopeuksien virhe valmistajan ilmoittamiin arvoihin verrattuna [%]

Nortonin virumisyhtälön kertoimet lämpötiloissa 550 ja 600 °C ratkaistaan täysin vastaavalla periaatteella.

<u>Nortonin virumismallin kertoimien määritys lämpötilassa 550 °C</u>

$T_2 := 550 + 273.15$

Lämpötila [K]

Materiaalivalmistajan ilmoittamat vähimmäisvirumisnopeudet eri virumisjännityksillä (Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 153)

$d\varepsilon_{550} := (0.028 \;\; 0.40 \;\; 10 \;\; 270 \;\; 900)^T \cdot \frac{0.01}{1000 \cdot 3600}$

Vähimmäisvirumisnopeudet eri virumisjännityksillä [1/s]

$\sigma_{550} := (170 \;\; 200 \;\; 240 \;\; 280 \;\; 310)^T \cdot 10^6$

Vähimmäisvirumisnopeuksia vastaavat virumisjännitykset [Pa]

$C_1 := 0.01 \qquad C_2 := 10 \qquad C_3 := 200000$

Alkuarvaukset kertoimien C_1 - C_3 arvoille

Given

$$\ln\left[C_1 \cdot \left(\sigma_{550_1}\right)^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T_2}}\right] = \ln\left(d\varepsilon_{550_1}\right) \qquad \ln\left[C_1 \cdot \left(\sigma_{550_2}\right)^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T_2}}\right] = \ln\left(d\varepsilon_{550_2}\right)$$

$$\ln\left[C_1 \cdot \left(\sigma_{550_3}\right)^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T_2}}\right] = \ln\left(d\varepsilon_{550_3}\right) \qquad \ln\left[C_1 \cdot \left(\sigma_{550_4}\right)^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T_2}}\right] = \ln\left(d\varepsilon_{550_4}\right)$$

$$\ln\left[C_1 \cdot \left(\sigma_{550_5}\right)^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T_2}}\right] = \ln\left(d\varepsilon_{550_5}\right)$$

$$\begin{pmatrix} C_{1.550} \\ C_{2.550} \\ C_{3.550} \end{pmatrix} := \mathrm{Minerr}\left(C_1, C_2, C_3\right) = \begin{pmatrix} 3.7426 \times 10^{-28} \\ 17.7775 \\ 2.4458 \times 10^{5} \end{pmatrix}$$

Saadut virumisyhtälön kertoimet

$C_{1.550} = 3.74257 \times 10^{-28}$ $C_{2.550} = 17.7775$ $C_{3.550} = 244581.3$

Tulosten tarkistus

$$M_{i,1} := \frac{\sigma 550_i}{10^6}$$

Nortonin virumismallin kalibroinnissa käytetyt virumisjännitykset [MPa]

$$M_{i,2} := C_{1.550} \cdot \left(\sigma 550_i\right)^{C_{2.550}} \cdot e^{\frac{-C_{3.550}}{T_2}} \cdot \frac{3600 \cdot 1000}{0.01}$$

Nortonin virumisyhtälöllä saatava vähimmäisvirumisnopeus eri virumisjännityksillä [%/1000 h]

$$M_{i,3} := d\varepsilon 550_i \cdot \frac{3600 \cdot 1000}{0.01}$$

Materiaalivalmistajan ilmoittama vähimmäisvirumisnopeus eri virumisjännityksillä [%/1000 h]

$$M_{i,4} := \frac{M_{i,2} - M_{i,3}}{M_{i,3}} \cdot 100$$

Kalibroidulla Nortonin virumismallilla saatujen vähimmäisvirumisnopeuksien virhe materiaalivalmistajan ilmoittamiin arvoihin verrattuna [%]

$$M = \begin{pmatrix} 170.000 & 0.025 & 0.028 & -9.179 \\ 200.000 & 0.457 & 0.400 & 14.299 \\ 240.000 & 11.688 & 10.000 & 16.882 \\ 280.000 & 181.092 & 270.000 & -32.929 \\ 310.000 & 1105.938 & 900.000 & 22.882 \end{pmatrix}$$

Nortonin virumismallilla saatavien vähimmäisvirumisnopeuksien vertailu materiaalivalmistajan ilmoittamien arvojen kanssa.

1. sarake: virumisjännitykset [MPa]
2. sarake: kalibroidulla mallilla saadut vähimmäisvirumisnopeudet [%/1000 h]
3. sarake: materiaalivalmistajan ilmoittamat vähimmäisvirumisnopeudet [%/1000 h]
4. sarake: kalibroidulla mallilla saatavien vähimmäisvirumisnopeuksien virhe valmistajan ilmoittamiin arvoihin verrattuna [%]

Nortonin virumismallin kertoimien määritys lämpötilassa 600 °C

$T_3 := 600 + 273.15$ Lämpötila [K]

Materiaalivalmistajan ilmoittamat vähimmäisvirumisnopeudet eri virumisjännityksillä (Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 153)

$d\varepsilon_{600} := (0.035 \;\; 0.70 \;\; 14 \;\; 80 \;\; 260)^T \cdot \frac{0.01}{1000 \cdot 3600}$ Vähimmäisvirumisnopeudet eri virumisjännityksillä [1/s]

$\sigma_{600} := (110 \;\; 140 \;\; 170 \;\; 190 \;\; 210)^T \cdot 10^6$ Vähimmäisvirumisnopeuksia vastaavat virumisjännitykset [Pa]

$C_1 := 0.01 \qquad C_2 := 10 \qquad C_3 := 200000$ Alkuarvaukset kertoimien C_1 - C_3 arvoille

Given

$$\ln\left[C_1 \cdot \left(\sigma_{600_1}\right)^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T_3}}\right] = \ln\left(d\varepsilon_{600_1}\right) \qquad \ln\left[C_1 \cdot \left(\sigma_{600_2}\right)^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T_3}}\right] = \ln\left(d\varepsilon_{600_2}\right)$$

$$\ln\left[C_1 \cdot \left(\sigma_{600_3}\right)^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T_3}}\right] = \ln\left(d\varepsilon_{600_3}\right) \qquad \ln\left[C_1 \cdot \left(\sigma_{600_4}\right)^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T_3}}\right] = \ln\left(d\varepsilon_{600_4}\right)$$

$$\ln\left[C_1 \cdot \left(\sigma_{600_5}\right)^{C_2} \cdot e^{\frac{-C_3}{T_3}}\right] = \ln\left(d\varepsilon_{600_5}\right)$$

$$\begin{pmatrix} C_{1.600} \\ C_{2.600} \\ C_{3.600} \end{pmatrix} := \mathrm{Minerr}(C_1, C_2, C_3) = \begin{pmatrix} 1.306673 \times 10^{-10} \\ 14.076885 \\ 2.27962 \times 10^{5} \end{pmatrix}$$

Saadut virumisyhtälön kertoimet

$C_{1.600} = 1.3067 \times 10^{-10}$ $\qquad C_{2.600} = 14.077$ $\qquad C_{3.600} = 227962$

Tulosten tarkistus

$M_{i,1} := \frac{\sigma_{600_i}}{10^6}$ Nortonin virumismallin kalibroinnissa käytetyt virumisjännitykset [MPa]

$$M_{i,2} := C_{1.600} \cdot \left(\sigma_{600_i}\right)^{C_{2.600}} \cdot e^{\frac{-C_{3.600}}{T_3}} \cdot \frac{3600 \cdot 1000}{0.01}$$

Nortonin virumisyhtälöllä saatava vähimmäisvirumisnopeus eri virumisjännityksillä [%/1000 h]

$$M_{i,3} := \dot{\varepsilon}_{600_i} \cdot \frac{3600 \cdot 1000}{0.01}$$

Materiaalivalmistajan ilmoittama vähimmäisvirumisnopeus eri virumisjännityksillä [%/1000 h]

$$M_{i,4} := \frac{M_{i,2} - M_{i,3}}{M_{i,3}} \cdot 100$$

Kalibroidulla Nortonin virumismallilla saatujen vähimmäisvirumisnopeuksien virhe materiaalivalmistajan ilmoittamiin arvoihin verrattuna [%]

$$M = \begin{pmatrix} 110.000 & 0.031 & 0.035 & -12.788 \\ 140.000 & 0.910 & 0.700 & 29.985 \\ 170.000 & 13.995 & 14.000 & -0.037 \\ 190.000 & 66.980 & 80.000 & -16.275 \\ 210.000 & 274.036 & 260.000 & 5.399 \end{pmatrix}$$

Nortonin virumismallilla saatavien vähimmäisvirumisnopeuksien vertailu materiaalivalmistajan ilmoittamien arvojen kanssa.

1. sarake: virumisjännitykset [MPa]
2. sarake: kalibroidulla mallilla saadut vähimmäisvirumisnopeudet [%/1000 h]
3. sarake: materiaalivalmistajan ilmoittamat vähimmäisvirumisnopeudet [%/1000 h]
4. sarake: kalibroidulla mallilla saatavien vähimmäisvirumisnopeuksien virhe valmistajan ilmoittamiin arvoihin verrattuna [%]

Kokonaisuudessaan Nortonin virumisyhtälöllä määritetyillä kertoimilla eri virumisjännityksillä syntyvät vähimmäisvirumisnopeuksien prosentuaaliset virheet materiaalivalmistajan ilmoittamiin arvoihin verrattuna ovat varsin pieniä kaikissa lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C, joten parametrien määritystä voidaan pitää onnistuneena.

LIITE D: TAIRAN SÄÄNTÖÖN PERUSTUVA TERÄKSEN SA-335 P91 VIRUMISVÄSYMISLASKENTA SIIRTYMÄOHJATUSSA ANALYYSISSA

Tairan lausekkeeseen (41) perustuva virumisväsymisvaurion vertailulaskenta on suoritettu määrittämällä kuormitussyklillä syntyvä virumisvaurio Liebermanin yhtälöllä (39) ja väsymisvaurio Manson-Hirschbergin yleisten kulmakertoimien yhtälöllä (15) sekä Palmgren-Minerin säännöllä (27). Koska vertailulaskelmina tehdyt virumisväsymisanalyysit on toteutettu Nortonin virumismallilla, jossa ei ole vauriomuuttujaa, on virumismurtovenymän arvioitu olevan Monkman-Grant-parametrin arvon suuruinen. Tähän on päädytty, koska parametri kuvaa likimain virumismurtovenymän arvoa, mikäli materiaalin vaurioitumisesta aiheutuvaa tertiäärivaiheen virumista ei huomioida (François et al. 2013, s. 429).

Virumismurtovenymien määritys eri lämpötiloissa

Teräksen SA-335 P91 virumismurtovenymät on määritetty erikseen lämpötiloissa 500, 550 ja 600 °C Monkman-Grant-parametrin avulla. Parametrin arvot on määritetty käyttäen samoja materiaalivalmistajan (Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 150, 153) eri virumisjännityksillä ja eri lämpötiloissa ilmoittamia teräksen SA-335 P91 vähimmäisvirumisnopeuksia ja virumismurtoaikoja kuin muissakin analyyseissa. Monkman-Grant-parametrin arvo ja siten virumismurtovenymä on määritetty kussakin lämpötilassa viidellä eri virumisjännityksellä ilmoitettujen vähimmäisvirumisnopeuksien ja virumismurtoaikojen perusteella ja virumismurtovenymä on määritetty tulosten perusteella saatavien Monkman-Grant-parametrin arvojen keskiarvona. Monkman-Grant-parametri on määritetty samassa lämpötilassa eri jännityksillä saatavien parametrin arvojen keskiarvona, sillä keskiarvoa on pidetty käytännön kannalta kuvaavampana virumismurtovenymän arvona kuin konservatiivisinta pienintä saatua Monkman-Grant-parametrin arvoa.

$\text{ORIGIN} := 1$

Materiaalivalmistajan ilmoittamat virumistiedot eri lämpötiloissa ja eri jännityksillä.

500 °C

$s_a := (250 \quad 280 \quad 310 \quad 340 \quad 380)^T$ Virumiskokeiden vetojännitykset [MPa]

$de_a := (0.032 \quad 0.40 \quad 3.1 \quad 22 \quad 220)^T \times \frac{0.01}{1000 \times 3600}$ Virumisjännityksiä vastaavat vähimmäisvirumisnopeudet [1/s]

$t_{rup.a} := (100000 \quad 8000 \quad 1400 \quad 250 \quad 24)^T \times 3600$ Virumisjännityksiä vastaavat virumismurtoajat [s]

550 °C

$\sigma_b := (170\ \ 200\ \ 240\ \ 280\ \ 310)^T$ Virumiskokeiden vetojännitykset [MPa]

$d\varepsilon_b := (0.028\ \ 0.40\ \ 10\ \ 270\ \ 900)^T \times \frac{0.01}{1000 \times 3600}$ Virumisjännityksiä vastaavat vähimmäisvirumisnopeudet [1/s]

$t_{rup.b} := (100000\ \ 7000\ \ 350\ \ 14\ \ 5)^T \times 3600$ Virumisjännityksiä vastaavat virumismurtoajat [s]

600 °C

$\sigma_c := (110\ \ 140\ \ 170\ \ 190\ \ 210)^T$ Virumiskokeiden vetojännitykset [MPa]

$d\varepsilon_c := (0.035\ \ 0.70\ \ 14\ \ 80\ \ 260)^T \times \frac{0.01}{1000 \times 3600}$ Virumisjännityksiä vastaavat vähimmäisvirumisnopeudet [1/s]

$t_{rup.c} := (60000\ \ 3100\ \ 210\ \ 32\ \ 14)^T \times 3600$ Virumisjännityksiä vastaavat virumismurtoajat [s]

Lausekkeen (114) Monkman-Grant-parametrin arvon määritys eri lämpötiloissa, kun eksponentin k_{MG} arvoksi valitaan yksi.

500 °C

$C_{MG.500} := 0.01$ Alkuarvaus Monkman-Grant-parametrin arvolle

Given

$C_{MG.500} = d\varepsilon_{a_1} \cdot t_{rup.a_1}$ $C_{MG.500} = d\varepsilon_{a_2} \cdot t_{rup.a_2}$ $C_{MG.500} = d\varepsilon_{a_3} \cdot t_{rup.a_3}$

$C_{MG.500} = d\varepsilon_{a_4} \cdot t_{rup.a_4}$ $C_{MG.500} = d\varepsilon_{a_5} \cdot t_{rup.a_5}$

$C_{MG.500} := \mathrm{Minerr}(C_{MG.500}) = 0.04304$

$\varepsilon_{rup.500} := C_{MG.500} = 0.04304$ Virumismurtovenymä lämpötilassa 500 °C [-]

550 °C

$C_{MG.550} := 0.01$ Alkuarvaus Monkman-Grant-parametrin arvolle

Given

$C_{MG.550} = d\varepsilon_{b_1} \cdot t_{rup.b_1}$ $C_{MG.550} = d\varepsilon_{b_2} \cdot t_{rup.b_2}$ $C_{MG.550} = d\varepsilon_{b_3} \cdot t_{rup.b_3}$

$C_{MG.550} = d\varepsilon_{b_4} \cdot t_{rup.b_4}$ $C_{MG.550} = d\varepsilon_{b_5} \cdot t_{rup.b_5}$

$C_{MG.550} := \mathrm{Minerr}(C_{MG.550}) = 0.03476$

$\varepsilon_{rup.550} := C_{MG.550} = 0.03476$ Virumismurtovenymä lämpötilassa 550 °C [-]

<u>600 °C</u>

$C_{MG.600} := 0.01$ Alkuarvaus Monkman-Grant-parametrin arvolle

Given

$C_{MG.600} = de_{c_1} \cdot t_{rup.c_1}$ $C_{MG.600} = de_{c_2} \cdot t_{rup.c_2}$ $C_{MG.600} = de_{c_3} \cdot t_{rup.c_3}$

$C_{MG.600} = de_{c_4} \cdot t_{rup.c_4}$ $C_{MG.600} = de_{c_5} \cdot t_{rup.c_5}$

$C_{MG.600} := \mathrm{Minerr}\left(C_{MG.600}\right) = 0.02682$

$e_{rup.600} := C_{MG.600} = 0.02682$ Virumismurtovenymä lämpötilassa 600 °C [-]

Virumisväsymiskestoiän laskenta

Tässä liitteessä esitetään esimerkki virumisväsymiskestoiän laskennasta luvun 5.4.5 siirtymäohjatussa vakioamplitudisen virumisväsymiskuormituksen sisältävässä analyysissa teräkselle SA-335 P91 lämpötilassa 550 °C, kun venymäamplitudi on 1.375×10^{-3} ja pitoaika vakiovenymällä 10 h. Kestoiät siirtymäohjatussa analyysissa on laskettu täysin vastaavalla tavalla eri venymäamplitudeilla, eri lämpötiloissa ja eri vakiovenymällä käytetyillä pitoajoilla.

Virumisen aiheuttama vaurio, lämpötila 550 °C

Virumisen aiheuttama vaurio lasketaan Liebermanin lausekkeella (39). Siirtymäohjatussa analyysissa venymät pysyvät vakioina kuormitussyklien välillä, joten kuormitussyklin aikana syntyvä virumisvenymä on vakio mallissa, jossa ei ole vauriomuuttujaa ja jossa suuria muodonmuutoksia kuten materiaalin kuormitetun poikkipinta-alan pienenemistä ei ole huomioitu.

$e_i := 7.8078 \times 10^{-4}$ Yhdellä kuormitussyklillä syntyvä virumisvenymä [-]

$D_c := \dfrac{e_i}{e_{rup.550}} = 0.022$ Virumisvaurio yhdellä kuormitussyklillä [-]

Väsymisen aiheuttama vaurio, lämpötila 550 °C

Väsymisen aiheuttama vaurio lasketaan Manson-Hirschbergin yleisten kulmakertoimien yhtälöllä (15) ja Palmgren-Minerin säännöllä (27). Täysin vaihtuvan väsymiskuormituksen vuoksi kuormituksen keskijännitys on nolla, joten sen vaikutusta väsymiseen ei huomioida.

Teräksen SA-335 P91 vetokokeen murtokurouma *RA*, murtojännitys σ_u ja kimmokerroin *E* eri lämpötiloissa (Haarmann et al. 2002, s. 17, 24; Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 149).

500 °C	550 °C	600 °C	
$RA_{500} := 81$	$RA_{550} := 85$	$RA_{600} := 89$	murtokurouma [%]
$\sigma_{u.500} := 440$	$\sigma_{u.550} := 390$	$\sigma_{u.600} := 300$	murtojännitys [MPa]
$E_{500} := 181000$	$E_{550} := 175000$	$E_{600} := 168000$	kimmokerroin [MPa]

$Z := \ln\left(\frac{100}{100 - RA_{550}}\right) = 1.897$ Materiaalin sitkeys lausekkeella (16) (todellinen venymä murtumishetkellä kuroumakohdassa) [-]

$\varepsilon_a := 1.375 \cdot 10^{-3}$ Väsyttävän kuormituksen venymäamplitudi [-]

$N_f := 1000$ Alkuarvaus kestoiälle kuormitussykleinä väsyttävässä kuormituksessa

Given

$\varepsilon_a = \frac{3.5}{2} \cdot \frac{\sigma_{u.550}}{E_{550}} \cdot N_f^{-0.12} + \frac{1}{2} \cdot Z^{0.6} \cdot N_f^{-0.6}$ Manson-Hirschbergin yleisten kulmakertoimien väsymisyhtälö (15)

$N_f := \mathrm{Find}(N_f) = 205554$ Kestoikä kuormitussykleinä väsyttävässä kuormituksessa

$D_f := \frac{1}{N_f} = 4.865 \times 10^{-6}$ Väsymisvaurio yhdellä kuormitussyklillä Palmgren-Minerin lausekkeella (27) [-]

Virumisen ja väsymisen yhteisvaikutuksena syntyvä vaurio

Syntynyt vaurio virumisväsymiskuormituksessa lasketaan Tairan lausekkeen (41) mukaisesti summaamalla virumisesta ja väsymisestä syntyneet vauriot.

$D := D_c + D_f = 0.022$ Yhdellä kuormitussyklillä syntynyt vaurio virumisväsymisessä [-]

$N_{c\_f} := \frac{1}{D} = 45$ Kestoikä kuormitussykleinä vakioamplitudisessa virumisväsymiskuormituksessa

LIITE E: TAIRAN SÄÄNTÖÖN PERUSTUVA TERÄKSEN SA-335 P91 VIRUMISVÄSYMISLASKENTA KUORMAOHJATUSSA ANALYYSISSA

Tässä liitteessä esitetään Tairan sääntöön perustuva virumisväsymislaskenta esimerkinomaisesti tapauksessa, jossa luvussa 5.4.5 esitetyn kuormaohjatun lämpötilassa 500 °C tehdyn virumisväsymisanalyysin suurin jännitysamplitudi on 150 MPa ja pitojaksojen kestot 10 ja 30 h.

Väsymisen aiheuttama vaurio, lämpötila 500 °C

Väsymisen aiheuttaman vaurion laskennassa käytetään lähtökohtana Morrow'n väsymisyhtälöä (14).

$$\varepsilon_{a.Morrow}(N_f) = \frac{\sigma_{f'}}{E}\cdot(N_f)^b + \varepsilon_{f'}\cdot(N_f)^c$$ Morrow'n väsymisyhtälö

Morrow'n väsymisyhtälön erikoistapaus on Mansonin ja Hirschbergin esittämä yleisten kulmakertoimien väsymisyhtälö (15). Morrow'n väsymisyhtälöä (14) ja Manson-Hirschbergin yleisten kulmakertoimien väsymisyhtälöä (15) vertaamalla voidaan ratkaista parametrit *b*, *c*, σ_{f}' ja ε_{f}'.

$$\varepsilon_{a.Manson\_Hirschberg}(N_f) = \frac{3.5}{2}\,\frac{\sigma_u}{E}\cdot N_f^{-0.12} + \frac{1}{2}\cdot Z^{0.6}\cdot N_f^{-0.6}$$ Manson-Hirschbergin yleisten kulmakertoimien väsymisyhtälö

$b = -0.12 \qquad c = -0.6 \qquad \sigma_{f'} = \frac{3.5}{2}\sigma_u \qquad \varepsilon_{f'} = \frac{1}{2}\cdot Z^{0.6}$ Ratkaistut parametrit

Koska tarkasteltavassa kuormaohjatussa virumisväsymisanalyysissa kuormitukset aiheuttavat materiaaliin keskijännityksen σ_m, täytyy sen vaikutus väsymiskestoikään huomioida laskennassa. Keskijännityksen väsymiskestoikää heikentävän vaikutuksen huomioimiseksi käytetään Mansonin ja Halfordin esittämää keskijännityksen vaikutuksen huomioivaa väsymisyhtälöä (19), joka esitetään seuraavasti.

$$\varepsilon_{a.Manson\_Halford\_keskijänn}(N_f) = \frac{\sigma_{f'} - \sigma_m}{E}\cdot(N_f)^b + \varepsilon_{f'}\cdot\left(\frac{\sigma_{f'} - \sigma_m}{\sigma_{f'}}\right)^{\frac{c}{b}}\cdot(N_f)^c$$

Varsinainen kuormitussyklin aikana syntynyt väsymisvaurio lasketaan Manson-Halfordin väsymisyhtälöllä käyttäen samoja materiaalivalmistajien ilmoittamia materiaalitietoja kuin siirtymäohjatussa analyysissa liitteessä D.

Teräksen SA-335 P91 vetokokeen murtokurouma *RA*, murtolujuus σ_u ja kimmokerroin *E* eri lämpötiloissa (Haarmann et al. 2002, s. 17, 24; Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 149).

500 °C	550 °C	600 °C	
$RA_{500} := 81$	$RA_{550} := 85$	$RA_{600} := 89$	murtokurouma [%]
$\sigma_{u.500} := 440$	$\sigma_{u.550} := 390$	$\sigma_{u.600} := 300$	murtojännitys [MPa]
$E_{500} := 181000$	$E_{550} := 175000$	$E_{600} := 168000$	kimmokerroin [MPa]

$Z := \ln\left(\frac{100}{100 - RA_{500}}\right) = 1.661$ Materiaalin sitkeys lausekkeen (16) mukaan (todellinen venymä murtumishetkellä kurouma-kohdassa) [-]

$\varepsilon_{a1} := 8.2875 \cdot 10^{-4}$ Venymäamplitudi kuormitussyklin 1. jaksolla [-]

$\varepsilon_{a2} := 7.4585 \cdot 10^{-4}$ Venymäamplitudi kuormitussyklin 2. jaksolla [-]

$\sigma_1 := 300$ Virumisjännitys 1. virumisjakson aikana [MPa]

$\sigma_2 := 0.9 \cdot \sigma_1 = 270$ Virumisjännitys 2. virumisjakson aikana [MPa]

$\sigma_{m1} := \frac{\sigma_1}{2} = 150$ Keskijännitys kuormitussyklin 1. jaksolla [MPa]

$\sigma_{m2} := \frac{\sigma_2}{2} = 135$ Keskijännitys kuormitussyklin 2. jaksolla [MPa]

$N_f := 1000$ Alkuarvaus kestoiälle kuormitussykleinä väsyttävässä kuormituksessa

Given

$$\varepsilon_{a1} = \frac{\frac{3.5}{2} \cdot \sigma_{u.500} - \sigma_{m1}}{E_{500}} \cdot N_f^{-0.12} + \frac{1}{2} \cdot Z^{0.6} \cdot \left(\frac{\frac{3.5}{2}\sigma_{u.500} - \sigma_{m1}}{\frac{3.5}{2}\sigma_{u.500}}\right)^{\frac{-0.6}{-0.12}} \cdot N_f^{-0.6}$$

$N_{f1} := \mathrm{Find}\left(N_f\right) = 399125$ Kestoikä sykleinä kuormitussyklin 1. jakson mukaisella kuormitussyklillä

Given

$$\varepsilon_{a2} = \frac{\frac{3.5}{2} \cdot \sigma_{u.500} - \sigma_{m2}}{E_{500}} \cdot N_f^{-0.12} + \frac{1}{2} \cdot Z^{0.6} \cdot \left(\frac{\frac{3.5}{2}\sigma_{u.500} - \sigma_{m2}}{\frac{3.5}{2}\sigma_{u.500}}\right)^{\frac{-0.6}{-0.12}} \cdot N_f^{-0.6}$$

$N_{f2} := \mathrm{Find}(N_f) = 902439$

Kestoikä sykleinä kuormitussyklin 2. jakson mukaisella kuormitussyklillä

$$D_f := \frac{1}{N_{f1}} + \frac{1}{N_{f2}} = 3.614 \times 10^{-6}$$

Väsymisvaurio yhdellä kokonaisella kuormitussyklillä Palmgren-Minerin lausekkeella (27) [-]

Virumisen aiheuttama vaurio Liebermanin lausekkeella (39), lämpötila 500 °C

Liitteessä D Monkman-Grant-parametrin perusteella määritetyt virumismurtovenymät eri lämpötiloissa.

500 °C	550 °C	600 °C
$e_{rup.500} := 0.04304$	$e_{rup.550} := 0.03476$	$e_{rup.600} := 0.02682$

Virumisjaksojen aikana syntyvät virumisvenymät ovat jälleen vakioita kuormitussyklien välillä, sillä Nortonin virumismallilla tehdyissä analyyseissa ei ole vaurioparametria eikä materiaalin suuria muodonmuutoksia kuten kuormitetun poikkipinta-alan pienenemistä ole huomioitu.

$e_{i1} := 1.6758 \times 10^{-4}$

Virumisvenymä kuormitussyklin 1. virumisjakson aikana [-]

$e_{i2} := 5.5060 \times 10^{-5}$

Virumisvenymä kuormitussyklin 2. virumisjakson aikana [-]

$e_{rup.500} = 0.04304$

Virumismurtovenymä lämpötilassa 500 °C [-]

$$D_{c.L} := \frac{e_{i1} + e_{i2}}{e_{rup.500}} = 5.173 \times 10^{-3}$$

Virumisvaurio yhdellä kuormitussyklillä Lieberma-nin lausekkeen (39) mukaan [-]

Virumisen aiheuttama vaurio Robinsonin lausekkeella (37), lämpötila 500 °C

$s_1 = 300$

Virumisjännitys 1. virumisjakson aikana [MPa]

$s_2 = 270$

Virumisjännitys 2. virumisjakson aikana [MPa]

$t_1 := 10$

1. virumisjakson kesto [h]

$t_{rup.1} := 3300$

Virumismurtoaika 1. virumisjakson jännityksellä [h] (Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 150)

$t_2 := 30$

2. virumisjakson kesto [h]

$t_{rup.2} := 10400$

Virumismurtoaika 2. virumisjakson jännityksellä [h] (Sumitomo Metal Industries, Ltd 1993, s. 150)

$$D_{c.R} := \frac{t_1}{t_{rup.1}} + \frac{t_2}{t_{rup.2}} = 5.915 \times 10^{-3}$$

Virumisvaurio yhdellä kuormitussyklillä Robinsonin lausekkeen (37) mukaan [-]

Virumisen ja väsymisen yhteisvaikutuksena syntyvä vaurio

Virumisväsymisvaurio lasketaan Tairan lausekkeen (41) mukaisesti summaamalla virumisesta ja väsymisestä syntyneet vauriot.

Syntyvä vaurio, kun virumisen osuus lasketaan Liebermanin lausekkeella

$$D_1 := D_f + D_{c.L} = 5.176 \times 10^{-3}$$

Vaurio yhdellä kuormitussyklillä [-]

$$N_{sall} := \frac{1}{D_1} = 193$$

Kestoikä kuormitussykleinä virumisväsymiskuormituksessa

Syntyvä vaurio, kun virumisen osuus lasketaan Robinsonin lausekkeella

$$D_2 := D_f + D_{c.R} = 5.919 \times 10^{-3}$$

Vaurio yhdellä kuormitussyklillä [-]

$$N_{sall} := \frac{1}{D_2} = 169$$

Kestoikä kuormitussykleinä virumisväsymiskuormituksessa

LIITE F: KAMMIOPUTKEN JA TULIPESÄN KATON LÄMPÖPITENEMISERON LASKENTA

Tulistimen kammioputken ja tulipesän katon välille muodostuu lämpöpitenemisero osien eri toimintalämpötilojen vuoksi. Terästä SA-335 P91 olevan tulistinkammion lämpötila käyttötilanteessa on 550 °C ja tulistinkammion läpivientikohdassa tulipesään olevien tulipesän katon putkien lämpötila on 14,0 MPa:n paineessa esiintyvän kylläisen höyryn lämpötilan mukainen 337 °C (Wagner & Kretzschmar 2008, s. 188). Tulipesän katon putkien välissä olevien lämpöä siirtävien evälevyjen lämpötilaksi on arvioitu 380 °C.

$T_{kammio} := 550$	Tulistinkammion lämpötila [°C]
$T_{kyll} := 337$	Kylläisen höyryn lämpötila (tulipesän katon putkien lämpötila) [°C]
$T_{evä} := 380$	Tulipesän katon evälevyjen arvioitu lämpötila [°C]
$T_{huone} := 20$	Lämpötila kattilan ollessa alasajettuna (lämpötila kattilaa kokoonpantaessa) [°C]
$a_{P91} := 12.4 \cdot 10^{-6}$	Teräksen SA-335 P91 pituuden lämpölaajenemiskertoimen keskiarvo välillä 20 - 550 °C [1/°C] (Haarmann et al. 2002, s. 17)
$a_{SA210A1} := 13.6 \cdot 10^{-6}$	Hiiliteräksen pituuden lämpölaajenemiskertoimen keskiarvo välillä 20 - 350 °C [1/°C] (ASME Boiler and Pressure Vessel Code 2013, s. 753)
$L_{kammio} := 11887.2\,mm$	Kammioputken uloimpien aisaputkien keskilinjojen välimatka

$$DL_1 := a_{P91} \cdot \frac{L_{kammio}}{2} \cdot \left(T_{kammio} - T_{huone}\right)$$

$DL_1 = 39.1 \cdot mm$	Kammioputken lämpöpiteneminen kammion puolikkaan matkalla
$D_o := 60.3\,mm$	Tulipesän katon putkien ulkohalkaisija
$p_{jako} := 114.3\,mm$	Tulipesän katon putkien putkijako

$$DL_2 := a_{SA210A1} \cdot \frac{L_{kammio}}{2} \cdot \left[\frac{D_o}{p_{jako}} \left(T_{kyll} - T_{huone}\right) + \frac{p_{jako} - D_o}{p_{jako}} \cdot \left(T_{evä} - T_{huone}\right)\right]$$

$DL_2 = 27.3 \cdot mm$	Tulipesän katon lämpöpiteneminen kammion puolikkaan matkalla putken ja evälevyn pituusosuuksilla skaalattuna
$Ds := DL_1 - DL_2 = 11.8 \cdot mm$	Lämpöpitenemisero kammioputken ja tulipesän katon välillä kammioputken puolikkaan matkalla